Vorschulische Förderung mathematischer Basiskompetenzen

Von der Pädagogischen Hochschule Heidelberg

zur Erlangung des Grades einer

Doktorin der Philosophie (Dr. phil.)

genehmigte Dissertation von

Janina Reichelt

aus

Bielefeld

2014

Erstgutachter: Prof. Dr. Jens Holger Lorenz

Zweitgutachterin: Prof. Dr. Sabine Kaufmann

Fach: Mathematik

Tag der mündlichen Prüfung: 26.06.2014

Inhaltsverzeichnis

Danksagung

Bedanken möchte ich mich in erster Linie bei Prof. Dr. Jens Holger Lorenz für die wissenschaftliche Betreuung dieser Arbeit. Fachliche Unterstützung erhielt ich ebenfalls von Prof. Dr. Sabine Kaufmann. Der Teilnahme am Forschungskolleg Frühkindliche Bildung der Robert Bosch Stiftung verdanke ich viele Impulse und fachlichen Input. Prof. Dr. Kristin Krajewski danke ich für die zahlreichen Anregungen und Ratschläge.

Ein großer Dank geht auch an Mareike Bereswill, Dr. Antje Heinle und Catherine Sommer für die konstruktive Kritik anhand des Manuskripts. Meinen Eltern danke ich dafür, dass sie meine Arbeit stets interessiert und mit vielen lebhaften Diskussionen begleitet haben. Ohne den großen Rückhalt meines Mannes Thomas und seine Ermutigungen in jeder Phase der Dissertation wäre die Arbeit nicht möglich gewesen.

Ein ganz besonderer Dank gilt den Kindern und Erzieherinnen der teilnehmenden Kindergärten für ihre große Neugierde, Offenheit und Fröhlichkeit. Mir hat die Zusammenarbeit mit ihnen sehr viel Spaß gemacht!

Einleitung

Im Sommersemester 2004 wurde der erste grundständige Studiengang für Erzieher/-innen[1] in Deutschland an der Alice Salomon Hochschule Berlin angeboten. In der folgenden Zeit entstanden deutschlandweit fast 100 weitere Studiengänge zur Frühpädagogik. Im Zuge der Professionalisierung der Erzieherinnen rückte der Bildungsauftrag von Kindergärten vermehrt ins Zentrum der Aufmerksamkeit. Bildung wird als dritte „Säule" neben Betreuung und Erziehung, den klassischen Aufgaben der Kindergärten, betrachtet (Mackowiak, Lauth, & Spieß, 2008).

Lange Zeit war der Bildungsbegriff sehr stark mit schulischer Bildung verknüpft und die Trennung zwischen Elementar- und Primarbereich war scharf auf struktureller, institutioneller und mentaler Ebene (Knauf & Schubert, 2006). Im Elementarbereich wurde (ausgenommen der Förderung von Sprachentwicklung) Inhalt nur zurückhaltend strukturiert vermittelt, wohingegen im Primarbereich die Wissensvermittlung überwog. Der Übergang (die sogenannte Einschulung) war somit ein großer Einschnitt im Leben der Kinder.

Erfahrungen aus dem Vorschulbereich bilden das Fundament, auf dem die kognitive Entwicklung in der Schulzeit aufbauen kann. Die frühe Förderung von Kompetenzbereichen, die im Primarbereich unterrichtet werden, unterstützt einen erfolgreichen Schulbeginn. Im Primarbereich lassen sich die mathematischen Kompetenzen inhaltlich unterteilen in die Themenfelder „Raum und Form", „Muster und Strukturen", „Größen und Messen", „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten" und „Mengen, Zahlen und Operationen". Eine gelungene mathematische Förderung im Kindergarten greift diese Inhaltsbereiche spielerisch auf, ohne schulische Inhalte in den Kindergarten zu verlagern.

Unter Förderung wird in der vorliegenden Arbeit eine universelle Prävention verstanden, da die Angebote allen Kindern der Kindergärten zur Verfügung gestellt werden (Hasselhorn & Schneider, 2011). Dadurch müssen keine Grenzen gezogen werden, die über die Teilnahme der Kinder an der Interventionsmaßnahme entscheiden.

Bereits im Kindergartenalter gibt es große Unterschiede zwischen den mathematischen Kompetenzen der Kinder (Franke, 2007; Padberg & Benz, 2011). Die Herausforderung einer universellen mathematischen Fördermaßnahme besteht darin diese Heterogenität in den Kompetenzen der Kinder zu berücksichtigen. Eine effiziente universelle Interventionsmaßnahme enthält Angebote, welche sowohl mathematisch schwache als auch mathematisch begabte Kinder unterstützen und herausfordern.

[1] In der weiteren Arbeit wird das generische Femininum verwendet, da die Mehrzahl der Erzieher/-innen weiblich ist.

Mit der Entwicklung von Förderprogrammen für Kindergärten wird der Bildungsauftrag praktisch umgesetzt. Die vorliegende Arbeit beschreibt die Evaluation des Frühförderprogrammes „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ mithilfe einer Längsschnittstudie. Sie ist in fünf Kapitel gegliedert:

Im ersten Kapitel wird die mathematische Entwicklung von Kindern bis zum Schuleintritt beschrieben, es werden für Präventionsmaßnahmen entscheidende Erkenntnisse zum Thema Rechenschwäche dargestellt und es wird aufgezeigt, welche Prädiktoren für eine erfolgreiche mathematische Schulkarriere ausschlaggebend sind und aus welchen sich zukünftige Defizite prognostizieren lassen. Kapitel 2 beschäftigt sich mit mathematischer Förderung in Kindergärten. Mathematische Inhaltsbereiche, Bildungspläne der Bundesländer, die Erhebung mathematischer Basiskompetenzen und Fördermaßnahmen in Kindertagesstätten werden vorgestellt. In Kapitel 3 werden zunächst die Zielsetzung der Untersuchung erläutert und Hypothesen präsentiert, dann wird das methodische Vorgehen der vorliegenden Untersuchung beschrieben. In Kapitel 4, dem Kernstück dieser Arbeit, werden die Ergebnisse der Längsschnittstudie vorgestellt. Das letzte Kapitel beantwortet die Forschungsfragen anhand der gewonnen Resultate.

1 Mathematische Entwicklung

In den ersten drei Unterkapiteln wird die mathematische Entwicklung von Kindern bis zum Schuleintritt in den Teilgebieten Logik, Geometrie und Arithmetik beschrieben. Dabei wird die Entwicklung in Form von alterstypischen Zustandsbildern dargestellt. Unterkapitel 1.4 beschäftigt sich mit dem Thema Rechenschwäche, welches als Phänomen zwar definitionsgemäß erst in der Schule auftreten kann, aber durchaus seinen Ursprung in einer defizitären mathematischen Entwicklung im Kindergartenalter haben kann. In Unterkapitel 1.5 wird erklärt, welche Prädiktoren für eine erfolgreiche oder auch weniger erfolgreiche mathematische Schulkarriere ausschlaggebend sind. Es wird also aufgezeigt, welche Faktoren die mathematische Leistung (insbesondere die Rechenleistung) gut vorhersagen. Das erste Kapitel legt das theoretische Fundament, auf der die Darstellung der mathematischen Frühförderung (das heißt die Förderung im Elementarbereich) in Kapitel 2 aufbauen kann. Im zweiten Kapitel wird die Entwicklung als Veränderung betrachtet, wobei jeweils der Wandel von einem Zustandsbild in das nächste von zentraler Bedeutung ist.

Den ersten drei Unterkapiteln, welche sich mit Teilgebieten der Mathematik beschäftigen, werden zwei allgemeinere Abschnitte vorangestellt. Der erste Abschnitt gibt einen kurzen Überblick über die kognitive Entwicklung von Kindern, in welche sich die mathematische Entwicklung einbetten lässt. Der zweite Abschnitt umfasst eine kurze Einführung in das Thema Mathematik, wobei im Vordergrund steht, welche Kompetenzen im Schulfach Mathematik vermittelt werden. Selbstverständlich fokussiert das erste Kapitel dieser Arbeit nicht auf den Lehrstoff der Schule, sondern auf die mathematische Entwicklung bis zum Schuleintritt. Die Ziele des primarschulischen Mathematikunterrichts und seine Inhalte zu kennen ist dennoch von Bedeutung, da Kindern ein fließender Übergang vom Kindergarten in die Grundschule ermöglicht werden sollte.

Kognitive Entwicklung von Kindern

Unter kognitiver Entwicklung werden unter anderem die Fähigkeiten der Wahrnehmung, der Aufmerksamkeit, der Sprache, des Problemlösens, des logischen Denkens, des Gedächtnisses und des Verstehens von Begriffen zusammengefasst (Siegler, DeLoache, & Eisenberg, 2008). Kognitive Theorien versuchen den komplexen Entwicklungsprozess dieser Fähigkeiten zu erklären. Auf die Erforschung der mathematischen Entwicklung des Kindes hatte Piagets Entwicklungsmodell großen Einfluss.[2]

Nach Piaget erfolgt die kognitive Entwicklung in vier Stufen (Sodian, 2008): Zunächst die sensumotorische Stufe im Alter von null bis zwei Jahren, anschließend die präoperatorische Stufe von zwei bis sieben Jahren, dann folgt die konkret-operatorische Stufe von sieben bis zwölf Jahren und schließlich die formal-operatorische Stufe ab zwölf Jahren.

[2] „Zusammenfassend ist festzuhalten, dass Piagets Theorie jedem, der sich für die Entwicklung des kindlichen Denkens interessiert, auch heute noch viel zu bieten hat. Allerdings ergibt sich aus ihrer relativen Vernachlässigung von Aspekten wie der Entwicklung des begrifflichen Denkens, der Entwicklung des Gedächtnisses, (…) sowie aus neueren Erkenntnissen der kognitiven Neurowissenschaften (…), dass die kognitive Entwicklungstheorie heute weit mehr umfasst" (Goswami, 2001, S.360). Eine kurze Abhandlung an dieser Stelle könnte diesem großen Forschungsfeld nicht gerecht werden, weshalb auf die einschlägige Literatur verwiesen werden muss.

In dem für diese Arbeit wichtigen präoperationalen Stadium erwirbt das Kind systematisch Sprache und lernt den Unterschied zwischen Symbol und realem Gegenstand kennen. Das Kind kann jedoch noch nicht *mental operieren*, es kann also eine „beobachtete Handlung nicht mental rückgängig machen" (Sodian, 2008, S. 441). Aufgrund dieser „Schwäche" kann sich der Invarianzbegriff[3] beispielsweise noch nicht entwickeln. Ein weiteres Defizit der präoperationalen Stufe ist die Unfähigkeit eine andere Perspektive als die eigene anzunehmen (Egozentrismus), was sich auch in der kindlichen Kommunikation bemerkbar macht (Siegler, DeLoache, & Eisenberg, 2008, S. 191).

Piagets Arbeiten wurden vor allem hinsichtlich seiner Methoden und der Einteilung in die vier – oben genannten - Stadien kritisiert, eine kritische Auseinandersetzung hierzu findet sich beispielsweise in Flammer (2009, S. 157ff). Die herrschende Lehrmeinung kritisiert zudem ein starkes Unterschätzen der kognitiven Fähigkeiten von Säuglingen.

Mathematik

Die historisch ersten mathematischen Kenntnisse der Menschheit entstanden durch das Vergleichen von Mengen, ihrem Abzählen und dem Rechnen mit Zahlen, sowie zunächst unabhängig davon durch den Umgang mit geometrischen Mustern und dem Analysieren von ebenen und räumlichen Beziehungen. In der Antike stand zunächst die Frage nach dem „Warum" im Vordergrund, wodurch die Mathematik noch stark mit der Philosophie verknüpft war (Ilgauds & Schlote, 2003). Heute ist die wissenschaftliche Mathematik unterteilt in viele Gebiete, die teilweise durch Querverbindungen verknüpft sind. Einige mathematische Gebiete erfüllen sehr spezielle Funktionen (zum Beispiel Computeralgebra), andere Gebiete sind auch im Alltag sehr nützlich (beispielsweise Stochastik). Die Gebiete Logik, Geometrie und Arithmetik sind grundlegend für die Lebensanforderungen im Berufs- und Privatleben. Dabei nimmt die Logik eine Sonderrolle ein, denn sie ist einerseits Grundlage des Wissenschaftsfachs Mathematik, andererseits werden logische Kompetenzen im Alltag permanent benötigt, wie der häufig verwendete Ausspruch „ist doch logisch" bezeugt. Wer diesen Ausspruch verwendet, rechnet auch damit, dass sein Gesprächspartner dieselben Schlüsse aus den Voraussetzungen ziehen kann. Dies zeigt, dass Logik unabhängig von den übrigen mathematischen Fähigkeiten von jedem Menschen bis zu einem bestimmten Grad erwartet wird.

Das Fach Mathematik wird in der Schule von der ersten Klasse bis zu jedem (deutschen) Schulabschluss mehrmals wöchentlich unterrichtet. Neben fachspezifischen Zielen (beispielsweise dem Beherrschen der Grundrechenarten) sollen Schüler auch fachbezogene und fächerübergreifende Kompetenzen durch den Mathematikunterricht erwerben. Fachbezogene Ziele beziehen sich zwar schwerpunktmäßig auf das Fach Mathematik, sind jedoch nicht spezifisch für die mathematischen Inhalte (Schipper, 2009). Hierzu nennt beispielsweise der baden-württembergische Bildungsplan für Grundschulen (2004) die intellektuellen Fertigkeiten „Ordnen, Vergleichen, Analysieren und Dokumentieren". Als fächerübergreifende Ziele werden dort die Entwicklung eigener problemhaltiger Fragestellungen und deren Präsentation, die Zusammenarbeit mit Mitschülern und der Aufbau einer kreativen Denk-, Lern- und Arbeitshaltung aufgezählt.

In den Bildungsstandards der Primarstufe wird zwischen inhaltsbezogenen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen unterschieden (Kultusministerkonferenz, 2004). Dabei umfassen die inhaltsbezogenen Kompetenzen die o.g. fachspezifischen und

[3] vgl. Piagets bekanntes Beispiel: Flüssigkeit von einem schmalen in ein breites Glas umfüllen (Piaget & Szeminska, 1969, S. 18ff)

fachbezogenen Kompetenzen, die allgemeinen mathematischen Kompetenzen entsprechen den o.g. fächerübergreifenden Kompetenzen. Als allgemeine mathematische Kompetenzen[4] (auch prozessbezogene mathematische Kompetenzen genannt) werden Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren und Darstellen aufgelistet. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden in die Bereiche „Zahlen und Operationen", „Raum und Form", „Muster und Strukturen", „Größen und Messen" und „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten" unterteilt.

Die mathematische Entwicklung in den Teilgebieten Logik, Geometrie und Arithmetik, in welchen eine altersgemäße Entwicklung fundamental ist, wird in den folgenden drei Unterkapiteln vorgestellt.

1.1 Logik

Logik, die Wissenschaft der Gesetze und Formen des (vernünftigen) menschlichen Denkens, wird traditionell als Teilgebiet der Philosophie betrachtet. Insbesondere untersucht sie Aussagen und deren Beziehungen zueinander, wenn diese zur Beurteilung der Wahrheit relevant sind (Wolter, 2003). Die inhaltliche Gültigkeit der Aussagen wird dabei außer Acht gelassen. Im 19. Jahrhundert entwickelte sich die Logik zu einer mathematischen Disziplin, der Mathematischen Logik (ebd.). Für die präzise mathematische Analyse des logischen Schließens werden Symbole statt der natürlichen Sprache verwendet. Die mathematische Logik ist Teil der Grundlagenforschung des Wissenschaftsfachs Mathematik. Daher erscheint die (mathematische) Logik nicht als eigenständiges mathematisches Teilgebiet in den Schullehrplänen. Allgemeine logische Kompetenzen - wie sie beispielsweise beim Erkennen von Zusammenhängen benötigt werden - sollen durch den Mathematikunterricht hingegen erworben werden. Zum Lösen solcher logischer Problemstellungen kann man verschiedene Strategien heranziehen, von denen zwei hier näher vorgestellt werden: Das Denken in Analogien und das deduktive Schließen.

Denken in Analogien

Das Denken in Analogien als Problemlösestrategie besteht im Transfer der Lösungsstrategie eines bereits bekannten und gelösten Problems auf eine neue Aufgabe. Mithilfe analoger Schlüsse lassen sich viele Alltagsprobleme lösen, indem man sich an ein ähnliches Problem erinnert, welches in der Vergangenheit erfolgreich gelöst wurde. Zwei Schritte sind auf diesem Lösungsweg zu bewältigen: Zunächst muss die neue Situation der bekannten Situation gegenübergestellt werden, um Übereinstimmungen zu finden. Anschließend muss das Lösungsmuster übertragen und angepasst werden.

Schon sehr kleine Kinder beherrschen die Grundzüge des analogen Denkens. Chen, Sanchez und Campbell (1997) testeten 10 und 13 Monate alte Kinder auf ihre Kompetenz, Probleme durch Analogien zu lösen. Dafür stellten sie ein Spielzeug, welches an eine Schnur gebunden war, außerhalb der Reichweite des Kindes auf. Sie zeigten dem Kind, dass es eine Barriere entfernen und an der Schnur ziehen muss, um das Spielzeug zu erhalten. Die Kinder waren durch die Demonstration signifikant besser in der Lage ähnliche Aufgaben zu lösen. Goswami (2001) erklärt das frühe Beherrschen von Denken in

[4] In Kap. 2 werden diese Kompetenzen beschrieben.

Analogien durch dessen große Wirksamkeit die „Umwelt zu erklären und etwas über sie zu lernen“.

Erkennen relationaler Ähnlichkeiten

Für das Denken in Analogien muss das Kind zuerst die relationale Ähnlichkeit (durch Identifikation von Übereinstimmungen) zu einem bereits bekannten Problem erkennen. Dafür ist es notwendig, die neue mit der bekannten Situation genau zu vergleichen.

Diese Fähigkeit lässt sich zum Beispiel durch die sogenannte „Flaschengeistaufgabe“ (Goswami, 2001) überprüfen. Dabei wird den Kindern erzählt, dass ein Flaschengeist Edelsteine transportieren will, ohne sie zu beschädigen. Dazu rollt er seinen Zauberteppich zusammen und lässt die Steine hindurchrutschen. Den Kindern wird nach dem Erzählen der Flaschengeistgeschichte eine analog zu lösende Aufgabe („Osterhasen-Problem“) gegeben. Hierbei muss eine Lösung gefunden werden, wie ein Osterhase Eier auf die andere Seite eines Flusses transportieren kann, ohne dass sie nass werden. In einer Untersuchung mit vier bis fünf Jahre alten Kindern erkannten 20 % die Analogie sofort (Brown, Kane, & Echols, 1986). Es stellte sich heraus, dass das Erkennen von Übereinstimmungen den Kindern deutlich leichter fällt, wenn die Struktur des bekannten Problems im Gedächtnis repräsentiert ist. In obigem Beispiel fragte der Testleiter beispielsweise, wer das Problem hatte (hier: Osterhase) und was er machen musste, um das Problem zu lösen. Durch diese gezielten Fragen des Testleiters konnte der Anteil auf 70 % erhöht werden.

Problemlösen durch analoges Schließen

Auf der Grundlage des Erkennens relationaler Ähnlichkeiten kann der Transfer der erfolgreichen Lösungsstrategie eines bekannten Problems auf ein neues Problem stattfinden. Die Fähigkeit zum Problemlösen durch analoges Schließen wurde anhand von (Itemanalogie-) Aufgaben erforscht, bei denen die Beziehung zwischen Begriffen verstanden werden muss (Goswami, 2001). Bei einer Itemanalogie wird ein Item D gesucht, das im gleichen Verhältnis zu einem Item C steht wie das vorgegebene Item A zum vorgegebenen Item B, beispielsweise „Vogel (A) verhält sich zu Nest (B) wie Hund (C) zu … (D)“ (Goswami, 2001, S. 296). In diesem Beispiel muss das Kind die Relation „lebt in“ auf den Hund übertragen. Aufgaben dieses Typs können von Kindern spätestens ab vier Jahren gelöst werden.

Leichter sind Itemanalogieaufgaben, deren Analogien auf kausalen Relationen basieren. Die Aufgabe „Schokolade (A) verhält sich zu geschmolzener Schokolade (B) wie Schneemann (C) zu …(D)“ mit der kausalen Relation „schmelzen“ können beispielsweise schon drei Jahre alte Kinder lösen (Goswami, 2001). Für Kinder unter drei Jahren sind die vorgestellten Aufgaben zu abstrakt. Um ihre Fähigkeiten zum analogen Schließen zu messen, werden Problemanalogieaufgaben (d.h. Aufgaben an realen Objekten) gestellt. Dabei stellte sich heraus, dass 28 % der Zweijährigen Problemanalogieaufgaben lösen können, deren Analogien auf einfachen kausalen Relationen wie „brechen“ basieren (Goswami, 2001).

Deduktive Logik

Unter deduktivem Schließen versteht man das Übertragen von einer allgemeinen Theorie auf einen Einzelfall. Fragen, die durch deduktives Schließen beantwortet werden, haben nur eine Lösung (Konklusion), welche aus der logischen Kombination der

Voraussetzungen (Prämissen) folgt. Die Fähigkeit zum deduktiven Schließen lässt sich beispielsweise anhand von Syllogismusaufgaben und Selektionsaufgaben messen.

Syllogismen

Syllogismen sind eine Aneinanderreihung logischer Argumente, die nach folgendem Muster aufgebaut sind: Zwei Prämissen führen zu einer Konklusion, wobei sowohl die Prämissen als auch die Konklusion Aussagen sind, welche wahr oder falsch sein können.
Eine klassische Syllogismusaufgabe ist beispielsweise: „Alle Katzen bellen. Rex ist eine Katze. Bellt Rex?“. Lange Zeit ging man davon aus, dass Kinder logische Implikationen nicht unabhängig von ihrem Wahrheitswert schließen können (Sodian, 2008). Da die erste Prämisse („Alle Katzen bellen.“) nicht wahr ist, wären Kinder also nicht in der Lage den richtigen Schluss („Ja, Rex bellt.“) zu ziehen.
In einer neueren Untersuchung konnten Dias und Harris jedoch nachweisen, dass fünf und sechs Jahre alte Kinder diese Aufgabe lösen können, wenn sie in eine Spielbedingung (eine Art Theaterstück) oder einen Phantasiekontext („ein anderer Planet“) eingebunden ist (Dias & Harris, 1988). Möglicherweise wird den Kindern auf diese Art deutlich, dass sie die (falschen) Prämissen akzeptieren und verwenden müssen (Harris & Leevers, 2000). Dias und Harris konnten in einer Anschlussuntersuchung sogar zeigen, dass bereits vier Jahre alte Kinder syllogistische[5] Schlüsse ziehen können (Dias & Harris, 1990).

Selektionsaufgabe

Bei Selektionsaufgaben muss eine allgemeine Regel für einen Spezialfall angewandt werden[6], was Kindern aus eigener Erfahrung mit Erlaubnisregeln schon früh bekannt ist. Untersuchungen wurden beispielsweise mit Hilfe einer Aufgabe durchgeführt, bei denen Kindern eine Regel vorgestellt wurde und sie aus vier Bildern[7] das Bild wählen mussten, bei dem ein Regelverstoß vorlag. Die Regeln kamen aus dem Erfahrungsumfeld der Kinder und konnten bekannt („Wenn Sally draußen spielen will, muss sie einen Mantel anziehen“) oder neu („Wenn Karola malen will, muss sie einen Helm aufsetzen.“) sein. Die meisten drei- und vierjährigen Kinder konnten diese Aufgabe - unabhängig davon, ob ihnen die Regel vertraut war - lösen (Goswami, 2001).

Transitives Schließen, das Verständnis für Invarianz und Klasseninklusion

Mit Halfords structure mapping Theorie (Halford, 1993) lässt sich erklären, dass manche Formen des logischen Denkens deutlich später auftauchen als andere. Demnach werden für manche logischen Fähigkeiten komplexere Vergleiche benötigt, die aufgrund der begrenzten Verarbeitungskapazität in frühen Kindheitsjahren nicht mental durchgeführt werden können. Darunter fallen die meisten Aufgaben zum transitiven Schließen, zu Invarianzen und Klasseninklusionen, die von Kindern erst später gelöst werden können. Piaget sprach Kindern erst im konkret-operatorischen Alter die Fähigkeit zu, Aufgaben dieses Typs lösen zu können.

Unter dem logischen Konzept Transitivität versteht man die Möglichkeit aus der Relation von zwei aufeinanderfolgenden Paaren einer Dreierreihe, auf die Relation des Paares aus dem ersten und letzten Element zu schließen[8]. Ein transitiver Schluss wäre beispielsweise

[5] A ist Teilmenge von B und x ist Element von A. Daraus folgt, dass x Element von B ist.
[6] Wenn p, dann q.
[7] „p, q“, „p, nicht q“, „nicht p, q“, „nicht p, nicht q“
[8] Steht a in Relation R zu b und b in Relation R zu c, dann steht a in Relation R zu c.

folgender: Wenn Person A größer als Person B ist und Person B größer als Person C ist, dann ist Person A größer als Person C. Bei diesem Beispiel ist jedoch Person A „immer groß" und Person C „immer klein", weswegen das Größenverhältnis der Person A zur Person C auch ohne Transitivität erschlossen werden könnte. Um das Transitivitätsprinzip zu überprüfen, müssen daher mindestens fünf Elemente in eine Reihe gebracht werden, was die Gedächtniskapazität jedoch stark beansprucht. Da man die Transitivität möglichst unabhängig von der Gedächtniskapazität ermitteln möchte, ist es schwierig ein passendes Untersuchungsdesign zu konstruieren. Nach Goswami (2001) ist es umstritten, ab welchem Alter Kinder in der Lage sind transitive Schlüsse zu ziehen.

Das logische Konzept Invarianz umfasst die Erkenntnis, dass Eigenschaften einer Menge (beispielsweise Quantität) trotz Veränderung der Form bestehen bleiben können (Siegler, DeLoache, & Eisenberg, 2008, S. 193). Piaget untersuchte dieses Konzept mit sogenannten Erhaltungsaufgaben. Bei der bekanntesten werden dem Kind zwei identische Gläser mit der gleichen Menge Wasser gezeigt. Anschließend wird das Wasser aus einem Glas in ein breiteres Glas umgefüllt, wodurch der Wasserspiegel sinkt. Jüngere Kinder (im präoperatorischen Alter) geben an, dass nun in dem breiten Glas weniger Wasser sei als im Vergleichsglas. An der beschriebenen Aufgabe wurde vielfach methodische Kritik geübt und es sind nicht alle Wissenschaftler der Meinung, dass Erhaltungsaufgaben die logischen Fähigkeiten von Kindern unter sechs Jahren übersteigen (Goswami, 2001).

Klasseninklusion ist das Konzept, welches besagt, dass eine Klasse in einer anderen Klasse enthalten sein kann. Piaget untersuchte diese Fähigkeit anhand der „Blumenaufgabe" (Goswami, 2001, S. 331). Dem Kind werden sechs Blumen gezeigt, von denen vier Blumen rot und zwei weiß sind. Das Kind wird gefragt, ob es mehr rote Blumen (Unterklasse) oder mehr Blumen (Oberklasse) gibt. Unter sechs Jahre alte Kinder antworten meist, dass es mehr rote Blumen gibt. Jedoch hört sich Piagets Frage sehr ungewöhnlich an und man könnte vermuten, dass die Kinder den Vergleich der Quantität der roten und weißen Blumen meinten. Dieses Formulierungsproblem wurde versucht mit der Einführung eines Kollektivbegriffs (in obigem Beispiel: „ein Strauß Blumen") zu umgehen. Fragen, in denen der Kollektivbegriff vorkam, wurden von den Kindern tatsächlich signifikant besser gelöst. Doch lässt sich einwenden, dass der Kollektivbegriff nur deshalb die Leistung verbessert hat, da auf eine größere Anzahl (Kollektivbegriff als Synonym für „eine große Menge") geschlossen wurde (Goswami, 2001).

1.2 Geometrie

Untersuchungsgegenstand der Geometrie[9], einem der ältesten Teilgebiete der Mathematik, sind zwei- und dreidimensionalen Figuren und Objekte sowie deren Eigenschaften. Schon im Begriff „Geometrie" (altgriechisch für „Landmessung") wird die Bedeutung des Messens für die Geometrie klar. Sie hat zum Ziel jedem konkreten Objekt ein abstraktes Maß zuzuordnen.

Trotz ihrer langen Tradition als Wissenschaft, wurde die Geometrie erst 1968 in den Mathematiklehrplan der Grundschule aufgenommen (Schipper, 2009). Der Geometrieunterricht beschränkt sich nicht auf das Entwickeln innermathematischer

[9] Unter den Begriff Geometrie fallen eigentlich „verschiedene Geometrien" (Filler, 2003). An dieser Stelle steht der Begriff Geometrie jedoch nur für die Euklidische Geometrie (auch Elementargeometrie genannt), welche auch in der Schule behandelt wird.

Fähigkeiten, sondern fördert darüber hinaus weitere intellektuelle Kompetenzen wie zum Beispiel das Raumvorstellungsvermögen. Er unterstützt Begriffsbildungsprozesse auch in Bezug auf arithmetischen Begriffe und hilft Erfahrungen zur Umwelterschließung und zum praktischen Nutzen von Geometrie im Alltag zu gewinnen (Franke, 2007, S. 5).

In den folgenden zwei Abschnitten wird die Entwicklung geometrischer Fähigkeiten bis zum Schuleintritt beschrieben. Eine erfolgreiche Entwicklung der Vorläuferfähigkeiten ist die Grundlage für den Geometrieunterrichts der Grundschule.

1.2.1 Entwicklung räumlicher Fähigkeiten

Die Orientierung im dreidimensionalen Raum ist eine unverzichtbare Grundkompetenz, sie ist nicht nur Voraussetzungen des beruflichen Wirkens, sondern sogar lebenswichtig. Die zur Orientierung erforderlichen räumlichen Fähigkeiten können nach visueller Wahrnehmung und räumlichem Vorstellungsvermögen (auch als Raumvorstellung bezeichnet) unterschieden werden, wobei die visuelle Wahrnehmung – bei sehenden Menschen – grundlegend für das räumliche Vorstellungsvermögen ist.

<u>Visuelle Wahrnehmung</u>

„Visuelle Wahrnehmung" meint nicht nur die Aufnahme visueller Reize (das „Sehen"), sondern ebenso ihre Verarbeitung. Sie ist von grundlegender Bedeutung, da durch sie relevante Informationen gefiltert, visuelle Reize interpretiert und Bewegungen koordiniert werden. Interessanterweise entwickelt sich die Wahrnehmung im zweidimensionalen Raum deutlich später als im dreidimensionalen Raum (Franke, 2007).

Frostig unterteilt die visuelle Wahrnehmung in die Bereiche „Visuomotorische Koordination", „Figur-Grund-Unterscheidung", „Wahrnehmungskonstanz", „Wahrnehmung räumlicher Beziehungen" und „Wahrnehmung der Raumlage", wobei die letzten beiden Begriffe von Franke (2007) in dem Begriff „Räumliche Orientierung" zusammengefasst werden:

Visuomotorische Koordination ist die Koordination des Sehens mit Bewegungen des eigenen Körpers, dessen bekanntester Vertreter die Auge-Hand-Koordination ist.

Die *Figur-Grund-Unterscheidung* ist die angeborene Fähigkeit zwischen Vordergrund (Figur) und Hintergrund (Grund) zu unterscheiden, wobei diese Leistung insbesondere zwischen fünf und acht Jahren zunimmt. Franke (2007) beschreibt einige Merkmale der Figur-Grund-Unterscheidung: Die Figur wird als „näher" wahrgenommen als der Hintergrund, die Wahrnehmung bekannter Figuren fällt leichter als die Wahrnehmung fremder Figuren und es ist möglich bekannte Figuren zu identifizieren, auch wenn die Qualität (beispielsweise Freihandzeichnung eines Kreises) abweicht.

Wahrnehmungskonstanz ist die Fähigkeit, Figuren (in der Ebene oder im Raum) unabhängig von Größe, Anordnungen oder Lagen wieder zu erkennen und von anderen Figuren zu unterscheiden. Insbesondere Größenkonstanz (konstante Größe der Objekte aufgrund stabiler Relationen zwischen den gesehenen Objekten) und Formenkonstanz (Form des Objekts wird trotz verschiedenen Betrachtungswinkeln als konstant wahrgenommen) gelten als bedeutsam für das Geometrielernen.

Räumliche Orientierung ist die Fähigkeit, den eigenen Standort zu erkennen und die räumliche Beziehung von Objekten wahrzunehmen. Diese Definition beinhaltet schon die zwei wesentlichen Komponenten der räumlichen Orientierung: Erstens die *Wahrnehmung der Raumlage*, das ist die „eigene Orientierung im Raum, also vom Standort des Betrachters aus“. Zweitens die *Wahrnehmung räumlicher Beziehungen*, das ist „die Beziehung der Gegenstände im Raum und deren Wiedererkennen, wenn der Betrachter seinen Standort wechselt“ (Franke, 2007, S. 46). Schließlich dienen Orientierungsbegriffe (rechts/links, oben/unten, vorne/hinten) der Beschreibung von Koordinaten (genaue Lage eines Objektes).

Hoffer (1977) erweitert Frostigs Zusammenstellung der visuellen Wahrnehmung durch die Komponenten „Visuelle Unterscheidung“ und „Visuelles Gedächtnis“. *Visuelle Unterscheidung* ist die Fähigkeit, Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Objekten zu erkennen, wodurch Klassifikationen möglich werden. Das *Visuelle Gedächtnis* ist die Fähigkeit, Informationen visuell zu speichern, womit das mentale Operieren mit nicht mehr präsenten Objekten möglich wird.

Räumliches Vorstellungsvermögen

Thurstone (1938) unterteilt das räumliche Vorstellungsvermögen in drei Subfaktoren der menschlichen Intelligenz, nämlich „Räumliche Beziehungen“, „Veranschaulichung“ und „Räumliche Orientierung“. Unter *Räumlichen Beziehungen (spatial relations)* versteht er das Erkennen der Anordnung mehrere Objekte in einem Raum. *Veranschaulichung (visualization)* steht für die gedankliche Manipulation (beispielsweise Drehungen, Verschiebungen) von Objekten. *Räumliche Orientierung (spatial orientation)* umfasst das richtige Einordnen der eigenen Person in die (räumliche) Umgebung.

Räumliches Vorstellungsvermögen und Arithmetik

Kaufmann (2003, S. 41) begründet die Verknüpfung von Arithmetik und Raumvorstellung durch eine bildhafte Vorstellung vom Zahlenraum und den durchgeführten Operationen: Zahlen werden auf einem mentalen Zahlenstrahl räumlich geordnet (Beispiel: Vorgänger, Nachfolger) und die Grundrechenarten entsprechen räumlichen Bewegungen (vorwärts-/rückwärtslaufen, springen, räumliches teilen). Die praktische Umsetzung der Verknüpfung erfolgt durch die Verwendung von „Materialien und Darstellungen mit geometrischen Strukturierungen“ im arithmetischen Anfangsunterricht, welches bei der Entwicklung des Zahlbegriffs, beim Erlernen von Rechenoperationen und zum Verständnis für den Zahlenraum helfen soll (Radatz, 2007).

Modell zur Entwicklung des Vorstellungsvermögens (nach Piaget)

Im präoperationalen Stadium (zwei bis sieben Jahre) aus Piagets Entwicklungsmodell[10] sind mentale Operationen noch nicht möglich. Unter Operationen werden mentale Manipulationen von internen Repräsentationen verstanden, also beispielsweise einen Würfel in der Vorstellung zu drehen. Der Grund für dieses Defizit sei, dass sich die Vorstellung noch nicht vom konkreten Handlungskontext lösen lässt. Die räumlichen Beziehungen gehen nach Piaget aus der Handlung am Gegenstand hervor. Die Abstraktion erfolgt aber nicht vom Gegenstand (à partir de l´objet), sondern aus der Handlung (à partir de l´action) (Piaget & Inhelder, 1971). Aus dem oben genannten Defizit ergibt sich, dass vor Schuleintritt noch keine Vorstellungen im Sinne der euklidischen Geometrie möglich sein sollen.

[10] Piagets Entwicklungsmodell wurde in der Einführung des ersten Kapitels beschrieben.

1.2.2 Bilden geometrischer Begriffe

Ein Begriff ist ein Ausdruck, der eine Kategorie von Objekten bezeichnet und somit eine semantische Einheit darstellt. Kinder brauchen zunächst „typische Repräsentanten, um eine Generalisierung der Zugehörigkeit vornehmen zu können“ (Franke, 2007).

Arten geometrischer Begriffe

Nach logischen Gesichtspunkten lassen sich geometrische Begriffe in Objektbegriffe, Eigenschaftsbegriffe und Relationsbegriffe einteilen (Franke, 2007). Begriffe aller drei Arten werden im Kindergarten bereits verwendet, wie die folgenden Beispiele zeigen:

Objektbegriffe: Kreis, Dreieck, Viereck, Kugel, Pyramide, Würfel
Eigenschaftsbegriffe: rund, eckig, gerade, krumm, dreieckig, ist eine Ecke/Spitze/Kante
Relationsbegriffe: berühren sich, stehen nebeneinander/hintereinander, sind gleich lang/groß.

Modell zur Entwicklung geometrischer Begriffe

Das van-Hiele-Modell (Hiele, 1964) zum Verständnis geometrischer Begriffe ist für eine deutlich größere Altersspanne konzipiert worden, als für diese Arbeit benötigt wird. Daher differenziert das Modell auch nicht genau im Vorschulbereich, dient jedoch der Einordnung in einen größeren Altersrahmen. Nach van Hiele lassen sich fünf Niveaustufen (Visualization, Analysis, Abstraction, Deduction, Rigor) beim Lernen geometrischer Begriffe unterscheiden.

Räumlich-anschauungsgebundenes Denken (Visualization) Auf der nullten Niveaustufe können Kinder einfache geometrische Figuren (Kreis, Dreieck…) identifizieren, die geometrischen Bezeichnungen nennen und die Figuren zu den Begriffen reproduzieren (Franke, 2007, S. 115). Die Figuren werden noch als Ganzheit gesehen und das Denken ist weitgehend materialgebunden (Kaufmann, 2003, S. 44).

Geometrisch-analysierendes Denken (Analysis) Auf der ersten Niveaustufe können Kinder - aufgrund ihrer Handlungserfahrungen und durch genaues Betrachten – Eigenschaften der Objekte wahrnehmen und unterscheiden, jedoch haben sie noch kein Verständnis für die Beziehungen zwischen zwei Objekten (wie Quadrat und Rechteck) entwickelt (Franke, 2007, S. 116).

Die weiteren drei Niveaustufen sind für die vorliegende Arbeit nicht relevant, da sie erst während der Schulzeit erreicht werden.

1.2.3 Geometrische Fähigkeiten bei Schuleintritt

Zum Zeitpunkt ihrer Einschulung verfügen Kinder über sehr verschieden ausgeprägte geometrischen Fähigkeiten (Eichler, 2007). Da die großen Niveauunterschiede zwischen den Kindern gleiche Startchancen zu Schulbeginn verhindern, müssen Standards gefunden werden, auf die - durch geeignete Frühförderung im Kindergarten - hingearbeitet werden kann. Eichler (2007) charakterisiert das gewünschte Niveau geometrischer Kompetenz zum Zeitpunkt der Einschulung folgendermaßen[11]:

[11] Die Auflistung ist gekürzt und im Wortlaut geändert.

- Das Kind verfügt über Erfahrungen und Einsichten in die Verwendbarkeit geometrischer Objekte zum Bauen, Legen usw.
- Das Kind kennt geometrische Objekte und deren Eigenschaften. Es kann die Objekte identifizieren, beschreiben, unterscheiden und darstellen.
- Das Kind verfügt über Arbeitstechniken zum Herstellen und Kennzeichnen von geometrischen Objekten.
- Das Kind kann Objekte benennen und herstellen und ihre Eigenschaften erfassen und beschreiben. Formen und Gegenstände kann es gedanklich vom Hintergrund hervorheben.
- Das Kind kann Objekte in der Realität und in Abbildungen (wieder)erkennen und deren Lage beschreiben. Das Wiedererkennen gelingt auch in anderen Zusammenhängen, in anderen räumlichen Lagen und Anordnungen, in anderen Größen und Farben und in leicht veränderter Perspektive.
- Das Kind kann Lagebeziehungen (am eigenen Körper, bezogen auf den eigenen Körper und zwischen zwei Objekten) erfassen und beschreiben.
- Das Kind kann sich Objekte, einfache Lagebeziehungen und einfachste geometrische Relationen auf Grundlage taktiler Wahrnehmungen, ebener Darstellung oder verbaler Beschreibung vorstellen.
- Das Kind kann ansatzweise die Lage und Form der Objekte gedanklich manipulieren.

1.3 Arithmetik

Arithmetik ist das Teilgebiet der Mathematik, welches das Rechnen mit Zahlen und ihre Rechengesetze umfasst. Gerechnet wird dabei in den elementaren Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Ein historisches Motiv zur Beschäftigung mit Zahlen ist die sinnvolle und gerechte Teilung von Gütern (Wirsching, 2003). Heute ist ohne grundlegende arithmetische Fähigkeiten der Alltag nicht mehr zu bewältigen, da selbst für einfache Aufgaben wie dem Einkaufen eine Zahlvorstellung vorhanden sein muss, sowie die Grundrechenarten beherrscht werden müssen.

Trotz der großen Bedeutung der Arithmetik in der Mathematik[12] darf Mathematik nicht mit Arithmetik gleichgesetzt werden. Dies soll im Folgenden dadurch unterstrichen werden, dass die vorschulischen Kompetenzen, die sich auf den Umgang mit Mengen und Zahlen beziehen, als arithmetische Basiskompetenzen[13] bezeichnet werden, wohingegen mathematische Basiskompetenzen auch geometrische Basiskompetenzen einschließen.

Als Basis für das Rechnen dienen Zahlen, die auf verschiedenen Arten repräsentiert werden, wie im ersten Abschnitt dieses Kapitels dargestellt werden soll. Im zweiten Abschnitt werden Konzepte für die Beziehung zwischen zwei Mengen vorgestellt, die schon greifen bevor das Kind in der Lage ist die Menge quantitativ zu bestimmen. Wie Kinder zählen lernen, wird im dritten Abschnitt erklärt. Dieses Unterkapitel schließt mit zwei Modellen zur Entwicklung von Rechenleistung, welche die vorgestellten Konzepte in einen zeitlichen bzw. systematischen Rahmen bringen.

[12] Bereits C.F. Gauß bezeichnete Arithmetik als die Königin der Mathematik (Volk, 1997).

[13] In der Literatur werden auch die Begriffe numerische Basiskompetenzen und Mengen-Zahlen-Kompetenzen verwendet.

1.3.1 Repräsentation von Zahlen

Es wird von zwei angeborenen Repräsentationssystemen ausgegangen (Dornheim, 2008): Mithilfe der präzisen Anzahlrepräsentation können wenige deutlich erkennbare Einzelobjekte einzeln wahrgenommen werden, wohingegen mit der unpräzisen Mengenrepräsentation auch größere Mengen anhand der räumlichen Ausdehnung als verschieden oder ähnlich groß beurteilt werden können.

Präzise Mengenrepräsentation

Subitizing (visuelle Simultanerfassung) ist die angeborene Fähigkeit kleine Mengen bis zu drei oder vier Elementen auf einen Blick numerisch genau zu erfassen. Es gibt zwei gegensätzliche Theorien, die diese Fähigkeit zu erklären versuchen: Die erste Theorie besagt, dass es sich um einen schnellen nonverbalen Zählprozess handelt, der unbewusst geschieht. Diese Theorie wurde von Gallistel und Gelman (1992) in einem Akkumulator-Modell erklärt, das auf Ideen von Meck und Church (1983) basiert. Nach einer zweiten Theorie ist Subitzing ein reiner Wahrnehmungsprozess, bei dem sogenannte „object files“[14] (Kahnemann, Treisman, & Gibbs, 1992) jedes einzelne Objekt repräsentieren. Ohne zusätzliche Aufnahmekapazität können nur bis zu vier oder fünf[15] Objekte gleichzeitig verarbeitet werden, was die obere Grenze an Objekten beim Subitizing erklären könnte. Größere Mengen können nicht mehr simultan erfasst werden, sondern müssen durch Abzählen bestimmt werden.

Unpräzise Mengenrepräsentation

Das Erkennen von Unterschieden in der räumlichen Ausdehnung dient als Grundlage für die näherungsweise Beurteilung von Mengen als unterschiedlich oder ähnlich groß. Durch die unpräzise Mengenrepräsentation werden Schätzungen, Mengenvergleiche und Überschlagsrechnungen möglich.

Triple-Code-Modell

Die beiden Mengenrepräsentationsformen fasst Dehaene (2010) im Begriff der „analogen Größenrepräsentation“ zusammen, deren Existenz mit drei Effekten belegt wird: Der symbolische Distanzeffekt besagt, dass der Vergleich zweier Zahlen umso länger dauert je enger die Zahlen auf dem Zahlenstrahl beieinander liegen. Ebenfalls dauert der Vergleich umso länger, je größer die Zahlen sind (Größeneffekt). Schließlich beschreibt der SNARC-Effekt („spatial numerical association of reponse code“) das Phänomen, dass beim Vergleich von Zahlenpaaren die Reaktion mit der rechten Hand schneller ist, wenn die größere Zahl rechts liegt.

Dehaene entwickelte anhand seiner Erkenntnisse (u.a. durch die Forschung an hirngeschädigten Erwachsenen) ein Modell zur Repräsentation von Zahlen, das in der Wissenschaft auf große Zustimmung gestoßen ist. Sein Triple-Code-Modell (Dehaene, 1992) besteht insgesamt aus drei mentalen Repräsentationsformen für Zahlen (auch Module oder Codes genannt), die durch Übersetzungsverbindungen miteinander verknüpft sind:

[14] Nach Landerl und Kaufmann (2008, S. 59) kann man sich object files als „mentale Platzhalter“ für ein Objekt vorstellen, die mindestens Informationen zu Form und Position des Objekts enthalten.
[15] Bei Säuglingen sogar nur drei oder vier Objekte.

Die *auditiv-verbale Repräsentation* ist für die Verarbeitung von gesprochenen und geschriebenen Zahlwörtern (Beispiel: „dreizehn“) zuständig. Mit ihr kann auf verbal gespeicherte Informationen aus dem Langzeitgedächtnis zugegriffen werden. Damit kann durch den Abruf von Zahlwörtern gezählt werden und einfache Additions- und Multiplikationsaufgaben können als Fakten abgerufen werden.

Mithilfe der *visuell-arabischen Repräsentation* werden arabische Zahlen verarbeitet. In diesem Modul werden die Zahlen exakt repräsentiert, wodurch Urteile über Gleichheit mehrerer Mengen und schriftliches Rechnen mit mehrstelligen Zahlen ermöglicht werden.

Die *analoge Größenrepräsentation* gibt eine - mit einer Zahl verbundene - bildhafte Mengenvorstellung. Wie in den vorherigen zwei Abschnitten erklärt wurde, können große Mengen geschätzt und kleine Mengen simultan erfasst werden. Diese Repräsentationsform enthält unseren „Zahlensinn“, der die Zahlen auf einem mentalen Zahlenstrahl ordnet, so dass sie verglichen werden können.

Die Aufnahme und Produktion zahlbezogener Informationen erfolgt in allen drei Repräsentationsformen, also in Wort-, Ziffern- und Größenrepräsentation.

1.3.2 Protoquantitative Schemata

Mit dem Spracherwerb lernen Kinder nichtnumerische quantitative (auch protoquantitativ genannte) Begriffe wie „klein“ und „groß“, „wenig“ und „viel“, durch die Beziehungen zwischen zwei Mengen ausgedrückt werden können. Die Konzepte, auf dem das Verständnis für diese Beziehungen basiert, bezeichnet Resnick (1989) als „protoquantitative Schemata“: Mithilfe des Vergleichsschemas (comparison schema) können zwei Mengen verglichen werden (beispielsweise ob eine Menge „größer ist“ als eine andere), ohne sie abzählen zu müssen. Durch das Zunahme- und Abnahmeschema (increase/decrease schema) verstehen Kinder beispielsweise, dass durch Hinzufügen eine Menge „mehr“ wird, somit dient dieses Schema auch als Grundlage für das Verständnis von Additionen und Subtraktionen. Das Teil-Ganzes-Schema (part-whole schema) erklärt das Phänomen, dass sich Mengen in Teile zerlegen und wieder zusammensetzen lassen.

1.3.3 Zählen

Zählen ist für die „Entwicklung des Zahlbegriffs und grundlegender mathematischer Fähigkeiten“ von großer Bedeutung (Padberg & Benz, 2011). Der erste Schritt zum Zählen ist das Erlernen der Zahlwörter, was nicht einfach ist, da Zahlwörter in ganz verschiedenen Kontexten eingesetzt werden können. Während das Wort „Auto“ immer ein Auto bezeichnet, kann die Zahl „drei“ für das Alter eines Kindes, für eine Hausnummer, für die Anzahl von Keksen usw. stehen. Es ist insbesondere nicht möglich, auf einen Gegenstand zu zeigen und zu sagen „das ist drei“ (wie man es bei dem Wort „Auto“, aber auch bei der Farbe „gelb“ machen könnte). Um die konzeptuelle Struktur der Zahlen zu verstehen, braucht ein Kind mehrere Jahre, in denen es sowohl die Zahlwörter an sich als auch die vielfältigen Situationen, in denen sie verwendet werden, kennenlernt (Fuson, 1988, S. 4).

Zahlen treten in zwei verschiedenen Bedeutungen auf: Als Ordinalzahl geben sie die Position in einer Anordnung wieder (Beispiel: „drittes Haus“), während sie als Kardinalzahl die Anzahl der Elemente einer Menge angeben (Beispiel: „drei Häuser“). Insbesondere das Kardinalzahlkonzept bereitet Kindern zunächst oft Schwierigkeiten, da die beim Abzählen letztgenannte Zahl nun nicht nur für das letzte Objekt, sondern für alle gezählten Objekte steht.

Doch wie funktioniert Zählen überhaupt? Unter Zählen wird das sukzessive Aufsagen von aufeinanderfolgenden Zahlwörtern verstanden, wobei typischerweise mit der Zahl eins begonnen wird. Darauf aufbauend kann durch Abzählen die Anzahl an Elementen einer Menge bestimmt werden. Allerdings fällt manchen Kindern das konkrete Abzählen von Objekten leichter als das reine Aufsagen der Zahlwortreihe, weshalb sie beispielsweise ihre Finger als Stütze benutzen (Hasemann, 2006).

Wenn die Zahlwortreihe sicher beherrscht wird, sind Variationen möglich: Die Zahlwortreihe kann rückwärts aufgesagt werden, es kann mit einer von eins verschiedenen Zahl zu zählen begonnen werden, es kann in Zweierschritten gezählt werden usw. Diese Variationen dienen der Vorbereitung von Rechenoperationen.

In den nächsten drei Abschnitten wird gezeigt, welche Entwicklungsstufen Kinder beim Erlernen der Zahlwortreihe durchlaufen, welche allgemeinen Prinzipien für das Zählen und Abzählen benötigt werden und, in welchen Phasen die Entwicklung der Zählfertigkeit bis zum Schuleintritt der Kinder stattfindet.

Lernen der Zahlwortreihe

Kinder beginnen mit etwa zwei Jahren Zahlwörter aneinander zu hängen, was umgangssprachlich als „zählen“ bezeichnet wird. Das Aufsagen der Zahlwortreihe ist bei Kindern zunächst jedoch eine rein sprachliche Leistung. Nach Fuson (1988, S. 50ff) lassen sich fünf Ebenen der Entwicklung des Zahlwortgebrauchs unterscheiden:

1. Undifferenziertes Wortganzes (string level): Die Zahlwortreihe kann nur als Ganzes wiedergegeben werden, wobei die einzelnen Zahlwörter noch nicht – oder nur teilweise – getrennt werden.
2. Unflexible Zahlwortreihe (unbreakable list level): Die Zahlwortreihe kann – aufgesagt wie ein Gedicht – nur als ganze Folge (beginnend mit der Zahl eins) wiedergegeben werden. Dabei werden die einzelnen Zahlwörter allerdings schon voneinander getrennt.
3. Aufgebrochene Zahlwortreihe (breakable chain level): Das Kind kann von einer beliebigen Zahl zu zählen beginnen.
4. Zählbare Zahlwortreihe (numerable chain level): Jedes Zahlwort wird als Einheit gesehen und kann für Additions- oder Subtraktionsaufgaben benutzt werden. Die Aufgabe „5+3“ löst das Kind beispielsweise, indem es zunächst bis 5 zählt und dann noch drei Schritte weiter.
5. Reversible Zahlwortreihe (bidirectional chain level): Das Kind kann von jeder Zahl beginnend aufwärts und abwärts zählen.

Zählprinzipien

Das Zählen geschieht nach gewissen Regeln, die einem erfahrenen „Zähler“ selbstverständlich erscheinen. Gelman und Gallistel (1986) fassen diese Regeln in drei „how-to-count” – Prinzipien und zwei „what-to-count“ – Prinzipien zusammen.

„how-to-count” – Prinzipien:

1. Eins-zu-Eins-Zuordnung (one-one principle): Jedem Element wird genau ein Zahlwort zugeordnet.

2. Stabile Reihenfolge der Zahlwörter (stable-order principle): Die Zahlwörter werden immer in derselben Reihenfolge verwendet.
3. Kardinalität (cardinal principle): Die Kardinalität (Mächtigkeit) ist die Anzahl der Elemente einer Menge und wird beim Abzählen durch das letztgenannte Zahlwort wiedergegeben.

„what-to-count" – Prinzipien:

4. Abstraktionsprinzip (abstraction principle): Die zu zählenden Objekte sind für den Zählvorgang unerheblich.
5. Anordnungsbeliebigkeit (order-irrelevance principle): Die Elemente können in einer beliebigen Reihenfolge gezählt werden.

Gallistel und Gelman (1986) gingen davon aus, dass diese Zählprinzipien angeboren sind und nicht erlernt werden müssen. Diese „principles-first"-Theorie stieß jedoch auf viel Kritik (Calouri, 2004, S. 62) und wurde durch eine „counting-first"-Theorie ersetzt, die besagt, dass die Zählprinzipien erst aus der Erfahrung mit dem Zählen gelernt werden.

Phasen der Entwicklung der Zählfertigkeit

Zum Zeitpunkt des Schuleintritts haben die meisten Kinder bereits ein beachtliches Zahlen- und Zählwissen zusammengetragen, welches ihnen ermöglicht sicher und effizient zu zählen und erste Rechenaufgaben zu lösen. Nach Hasemann (2006, S. 8) ist die Entwicklung der Zählfertigkeit durch die folgenden fünf Phasen gekennzeichnet:

1. Verbales Zählen: Die Kinder sagen die Zahlwortreihe auf, doch nicht alle Zahlwörter können unterschieden werden und sie haben keine kardinale Bedeutung.
2. Asynchrones Zählen: Die Kinder verwenden die richtige Reihenfolge der Zahlwörter, doch sie übersehen manchmal Objekte und zählen manchmal Objekte doppelt.
3. Ordnen der Objekte während des Zählens: Die Kinder ordnen ungeordnete Objekte während oder vor dem Zählprozess.
4. Resultatives Zählen: Die Kinder wissen, dass sie mit der Eins zu zählen anfangen müssen, dass sie jedes Objekt nur einmal zählen dürfen und, dass die letzte Zahl die Anzahl der Menge darstellt.
5. Abkürzendes Zählen: Die Kinder können von einer beliebigen Zahl anfangen zu zählen, sie können in Zweierschritten und rückwärts zählen.

1.3.4 Modelle der Entwicklung von Rechenleistung

Aus den verschiedenen theoretischen Ansätzen zur Bildung und zum Ausbau von Zahlkonzepten und Rechenleistung lassen sich Entwicklungsmodelle erstellen. Sie zeigen, welche mathematischen Entwicklungsschritte im „Normalfall" durchlaufen werden. Krajewski (2012) betont jedoch, dass die Entwicklung auch defizitär verlaufen kann, woraus Mathematikprobleme in der Schule entstehen können. Mit Entwicklungsmodellen lässt sich der aktuelle Entwicklungsstand eines Kindes einordnen und im Bedarfsfall können Förderziele begründet werden (Fritz & Ricken, 2008). Im Folgenden sollen zwei Entwicklungsmodelle vorgestellt werden, die sich trotz ähnlicher Elemente konzeptionell unterscheiden. Im Zahl-Größen-Verknüpfung-Entwicklungsmodell von Krajewski sind die Ebenen nach Aspekten des Wissens festgelegt, so dass sich ein Kind gleichzeitig bei verschiedenen Aufgaben auf unterschiedlichen Ebenen befinden kann. Das

Entwicklungsmodell nach Fritz und Ricken ist eher an der zeitlichen Entwicklung orientiert, zu den Entwicklungsstufen können also ungefähre Altersangaben gegeben werden.

Entwicklungsmodell von Krajewski

Das Mehrebenenmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (ZGV-Entwicklungsmodell) von Krajewski (2012) besteht aus folgenden drei Kompetenzebenen.

Kompetenzebene 1 (Basisfertigkeiten)

Auf der ersten Kompetenzebene spielen zwei Fähigkeiten eine Rolle, die zunächst unabhängig nebeneinander stehen: Wie in Abschnitt 1.3.1 beschrieben sind bereits Säuglinge in der Lage verschiedene Mengen anhand ihrer Ausdehnung zu vergleichen. Unabhängig davon lernen Kinder ab etwa zwei Jahren die Zahlwortreihe und begreifen im Laufe der Zeit, dass diese Reihenfolge unveränderlich ist.

Kompetenzebene 2 (Anzahlkonzept)

Erst auf dieser Ebene bringen Kinder Mengen mit Zahlen in Verbindung und erkennen, dass Zahlen Mengen repräsentieren und sich Mengen mit Zahlen beschreiben lassen. Auf diesem Weg durchläuft das Kind zwei Phasen: Zunächst werden Zahlwörter in nicht-trennscharfe Kategorien[16] eingeteilt, die jeweils mehrere Zahlwörter beinhalten (*unpräzises Anzahlkonzept).* Anschließend lernt das Kind, dass jedes Element der Zahlenfolge eine exakt aufsteigende Menge repräsentiert und kann somit auch nahe beieinanderliegende Zahlen (nach ihrer Anzahl) unterscheiden.

Auch das Mengenverständnis aus Kompetenzebene 1 entwickelt sich weiter: Kinder erkennen, dass Mengen sich zerlegen lassen (*Teil-Ganzes*) und sich genau dann verändern, wenn etwas hinzugefügt oder weggenommen wird (*Zunahme-Abnahme*).

Kompetenzebene 3 (Anzahlrelationen)

Auf dieser Ebene werden die Teilkompetenzen von Ebene 2 verknüpft, indem das Teil-Ganze-Verständnis auf Anzahlen übertragen wird, so dass das Konzept der Zahlzerlegung verstanden werden kann. Weiterhin lernen die Kinder, dass Beziehungen zwischen Mengen mit Zahlen dargestellt werden können, und verstehen auf dieser Basis erste Rechenoperationen.

Entwicklungsmodell von Fritz und Ricken

Fritz und Ricken (2008) erstellten ein Niveaustufenmodell zur Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen. Dieses Modell soll als Grundlage „entwicklungsorientierter Diagnostik sowie einer ebenso orientierten Förderung“ (ebd.) dienen.

Stufe 1

Zahlenwörter begegnen dem Kind auf der ersten Stufe auf zwei Arten: Einerseits hört und benutzt das Kind Zahlwörter wie Adjektive („zwei Schuhe“), andererseits lernt es die Zahlwortreihe als zusammenhängendes Wortgebilde aufzusagen. Unabhängig davon lernen

[16] beispielsweise „zwei“ für „wenig“, „acht“ für „viel“ und „hundert“ für „sehr viel“

Kinder Begriffe für Mengen wie viel, wenig, mehr und vergleichen Mengen durch die 1-zu-1-Zuordnung.

Stufe 2

Auf der zweiten Stufe können die Zahlwörter unterschieden werden, die Zahlwortreihe bleibt aber noch als feste untrennbare Sequenz bestehen. Damit können durch 1-zu-1-Zuordnung erste Objekte gezählt werden. Das Kind baut sich allmählich einen mentalen Zahlenstrahl auf, weil es erkennt, dass jede Zahl einen Vorgänger und einen Nachfolger hat. Zahlen, die später in der Zahlwortreihe (und somit weiter rechts auf dem Zahlenstrahl) auftauchen, werden als „größer" identifiziert und das Kind entwickelt erste Vorstellungen zu Rechenoperationen. Das Schema des Vermehrens und Verminderns wird in die Vorstellung, dass Addieren mit Vorwärtsschreiten auf dem Zahlenstrahl gleichzusetzen ist, umgesetzt.

Stufe 3

Die Zahlwortkette wird in der dritten Stufe aufgebrochen, so dass ein „Weiterzählen" möglich wird. Gleichzeitig lernt das Kind zwei entscheidende Eigenschaften von Mengen: Es versteht erstens, dass Mengen in Mengen erhalten sind, was sich auf das analoge Konzept, dass der Summand eine Teilmenge der Summe ist, übertragen lässt. Zum zweiten lernt es, dass jede Zahl der Reihe für eine Menge steht und kann somit sein Mengenwissen quantifizieren.

Stufe 4

Auf den Erkenntnissen der dritten Stufe aufbauend lernt das Kind auf der vierten Stufe, dass Unterschiede zwischen zwei Mengen Zahlen sind und dass jeweils zwei aufeinanderfolgende Zahlen den gleichen Abstand haben.

Stufe 5

Auf der fünften Stufe erkennt das Kind das Prinzip der Zahlzerlegung und insbesondere, dass Additions-und Subtraktionsaufgaben aus drei Quantitäten (Summand, Summand, Summe bzw. Minuend, Subtrahend, Differenz) bestehen. Auch das Konzept des relationalen Zahlbegriffs wird weiter vertieft, so dass Aufgaben mit relationalen Zahlbeziehungen gelöst werden können.

1.4 Rechenschwäche

Rechenleistungen von Kindern in der Grundschule, die von den erwarteten Leistungen an ihre Altersgruppe deutlich abweichen, geben Eltern wie Lehrern Anlass zur Besorgnis. Fehler, die diesen als rechenschwach bezeichneten Kindern unterlaufen, unterscheiden sich in ihrer Art nicht von den Fehlern anderer Kinder, aber sie treten in großer Vielfalt und Häufigkeit auf (Jacobs & Petermann, 2005). Dass es sich nicht um Einzelfälle handelt, zeigt sich beim Blick auf die Prävalenzraten (vgl. Abschnitt 1.4.2).

Die Erforschung der Rechenschwäche steht bisher (zumindest im Vergleich zur Forschung der Lese-Rechtschreibschwäche) am Beginn der wissenschaftlichen Behandlung. Die Wissenschaftler sind sich daher einig, dass die Ursachen für die Entstehung von Rechenschwäche noch nicht ausreichend bekannt sind. In einem solchen Fall dienen

Verursachungshypothesen als Arbeitsgrundlage. Bei ihrer Suche wurden jedoch en passant kognitive Defizite aufgedeckt, die häufig bei rechenschwachen Kindern vorliegen. Diese Defizite lassen sich in Defizite der allgemeinen kognitiven Verarbeitung und Defizite bei der Repräsentation von Zahlen aufteilen. Auch wenn einige dieser Defizite als Rechenschwäche auslösend oder verstärkend vermutet werden, konnte eine Ursache-Wirkungsbeziehung in den meisten Fällen (noch) nicht nachgewiesen werden.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Frühförderung mathematischer Basiskompetenzen. Daraus ergibt sich, dass der Schwerpunkt dieses Unterkapitels auf Verursachungshypothesen von Rechenschwäche und die Defizite rechenschwacher Kinder gelegt wird. Die Symptomatik der Rechenschwäche, schuldidaktisches Vorgehen zur Unterstützung rechenschwacher Kinder und ihre Therapie spielen an dieser Stelle keine Rolle.

1.4.1 Definition und Begriffserklärung

In der wissenschaftlichen Literatur zur Rechenschwäche wird eine Vielzahl von Begriffen[17] zur Bezeichnung des Phänomens verwendet, die häufig – aber keineswegs immer – unterschiedliche Aspekte von Störungen, Schwächen und Fehlleistungen reflektieren. Insofern ist die Entwicklung der Wissenschaftssprache mit den angemessenen Fachtermini noch nicht ausreichend fortgeschritten. Ein Umstand der immer wieder zu Missverständnissen führt und es für diese Arbeit an vielen Stellen erfordert, die in den Zitaten verwendeten Termini zu erklären. In diesem Zusammenhang steht auch das vorliegende Unterkapitel. Für eine detaillierte Behandlung dieser Thematik muss jedoch auf die existierende Literatur, beispielsweise (Lorenz & Radatz, 1993; Moser Opitz, 2007; Sinner, 2011) verwiesen werden.

Krajewski schlägt vor „Rechenschwäche" als reines Auftreten schwacher Mathematikleistungen[18] zu verstehen, „Dyskalkulie" hingegen – wie von der Weltgesundheitsorganisation (WHO) klassifiziert[19] - als Auftreten schwacher Mathematikleistungen mit großer Diskrepanz zu anderen schulischen Leistungen und insbesondere nicht durch Intelligenzminderung erklärbar (Krajewski, 2008, S. 15). Da sich die vorliegende Arbeit mit der Prävention von schwachen Mathematikleistungen beschäftigt, ist die allgemeine Begabung des Kindes eher nebensächlich (vgl. auch Krajewski, 2008, S. 18). Weshalb (außer bei den Zitaten aus der Literatur) auf die Diskrepanzdefinition verzichtet wird und das Phänomen im Folgenden als „Rechenschwäche"[20] bezeichnet wird.

---

[17] Häufig verwendete Begriffe sind Rechenstörung, mathematische Lernstörung und Dyskalkulie, weitere Begriffe werden von Lorenz und Radatz (1993, S. 17) genannt.

[18] Mathematikleistung wird hier als Überbegriff von Rechenfertigkeiten und weiteren basalen mathematischen Fähigkeiten (wie Zahlverständnis und Zählkompetenz) verwendet. In der vorliegenden Arbeit wird dennoch der Begriff Rechenschwäche (statt Mathematikschwäche) verwendet, weil die o.g. Fähigkeiten die Basis für das Rechnen legen.

[19] „Diese Störung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnung benötigt werden." (ICD-10 F81.2).

[20] Je nach Untersuchung werden die 5 % bis 25 % der Kinder mit den geringsten Rechenfertigkeiten als rechenschwach bezeichnet. Daher wird im Folgenden zu jeder Studie die genaue Definition von Rechenschwäche angegeben. Dyskalkulie ist nach dieser Definition ein Spezialfall der Rechenschwäche.

1.4.2 Prävalenz

Im deutschsprachigen Raum werden Prävalenzraten für Dyskalkulie zwischen 4,4 % und 6,6 % angegeben (Jacobs & Petermann, 2005). Aus obiger Definition von Rechenschwäche folgt, dass der Anteil rechenschwacher Kinder nicht generell erhoben werden kann. Wird für eine Forschungsarbeit eine Prozentzahl benötigt, so muss der Anteil der als rechenschwach bezeichneten Kinder vor der Untersuchung festgesetzt werden. Dabei wird der Maßstab meist durch die Bezugsgruppe gegeben und eine mögliche Rechenschwäche wird durch Abweichung der Rechenfertigkeit zwischen Proband und Bezugsgruppe festgestellt (Kaufmann, 2003, S. 16). Der Anteil der Kinder mit förderungsbedürftigen Rechenschwierigkeiten wird mit mindestens 15 % (Lorenz, 2009) angegeben.

1.4.3 Verursachungshypothesen

In der Literatur wird eine Vielzahl von möglichen Ursachen für Rechenschwäche genannt (Grissemann & Weber, 2000; Gaidoschik, 2006; Moser Opitz, 2009), die genauen Verursachungszusammenhänge sind jedoch noch nicht geklärt (Dornheim, 2008, S. 19). Wie bei anderen Lernstörungen auch wird von einer „multikausalen Verursachung“ ausgegangen (ebd.). Die Ursachen stehen also jeweils nicht für sich alleine, sondern beeinflussen sich gegenseitig und lösen eventuell erst gemeinsam eine Rechenschwäche aus.

Suche nach Ursachen

In der Literatur werden sowohl Querschnitts- als auch Längsschnittstudien als Ansätze zur Erklärung von Rechenschwäche durchgeführt. Die Methodik der Querschnittstudie sucht nach Defiziten, die häufig gleichzeitig mit Rechenschwäche auftreten (vgl. Abschnitt 1.4.4). Aus methodischen Gründen werden statistische Zusammenhänge (Korrelationen) festgestellt, die aber per se zunächst keine Aussagen zu Ursache-Wirkungsbeziehungen ermöglichen. Beispielsweise erlaubte die Feststellung einer Korrelation zwischen einer psychischen Störung (z.B. Ängstlichkeit) und der festgestellten Rechenschwäche noch keine Aussage, ob die Ängstlichkeit aus der Versagensangst aufgrund der Rechenschwäche resultiert, oder die Rechenschwäche aus der generellen Ängstlichkeit resultiert oder beide eine dritte gemeinsame Ursachen haben.

Mittels Längsschnittstudien wird beobachtet, welche Kinder eine Rechenschwäche entwickeln (vgl. Unterkapitel 1.5). Durch diesen Prozess können Risikofaktoren gefunden werden, die die Entwicklung einer Rechenschwäche begünstigen. Wenn diese Risikofaktoren bekannt sind, können Frühförderprogramme zur Prävention von Rechenschwäche entwickelt werden. Die Methodik der Längsschnittstudie hat den (methodisch-technischen) Nachteil, dass nur mit sehr großen Stichproben statistische Aussagen bezüglich rechenschwacher Kinder möglich sind.[21]

[21] Der Grund hierfür ist der Prozentsatz der Kinder aus der Gesamtstichprobe, die eine Rechenschwäche bekommen. Um 100 Kinder mit Dyskalkulie (Prozentsatz s.o. 6 %) in der Stichprobe zu haben, müssen in der Gesamtstichprobe statistisch ca. 1600 Kinder sein. Um 100 Kinder mit förderungsbedürftigen Rechenschwierigkeiten (Prozentsatz s.o. 15%) in der Stichprobe zu haben, muss die Gesamtstichprobe statistisch immerhin ca. 670 Kinder umfassen.

Kategorisierung der Ursachen

Die in der Literatur genannten möglichen Ursachen für Rechenschwäche[22] lassen sich auf sehr verschiedene Weisen einteilen. In diesem Abschnitt werden drei mögliche Kategorisierungen vorgestellt.

Kategorisierung nach Grissemann und Weber (2000)

Ausgangspunkt der vielzitierten Arbeit von Grissemann und Weber zu den Ursachen von Rechenschwäche bilden sonderpädagogische-kinderpsychiatrische Fragestellungen. Grissemann und Weber sprechen sowohl von mathematischer Lernstörung, als auch von Rechenstörung, Rechenschwäche und Dyskalkulie ohne Abgrenzungen vorzunehmen. Da sie mangelnde Intelligenz als mögliche Ursache aufführen, kann bei Grissemann und Weber nicht die Definition der WHO zugrunde gelegt worden sein.

Grissemann und Weber vermuten kongenitale (angeborene/erblich bedingte) Ursachen vor allem im Bereich der Intelligenz. Je nach Definition wird sie aber in der Literatur als Ursache ausgeschlossen. Grissemann und Weber (2000, S. 28) bezeichnen kongenitale Ursachen als „diagnostisch schwer nachweisbar und therapeutisch kaum relevant".

Unter neuropsychologischen Ursachen verstehen Grissemann und Weber *visuelle Wahrnehmungsstörungen, Speicherungsschwierigkeiten, Automatisierungsschwierigkeiten, einen impulsiven Kognitionsstil, graphomotorische Störungen* und *Richtungsstörungen des Rechnens*. Kognitiv impulsiv wird hier verstanden als „überstürztes unbesonnenes Vorgehen beim Problemlösen". Grissemann und Weber stellen fest, dass Impulsivität „besonders leistungsstörend bei komplexen und schwierigen Problemsituationen" wirkt. Unter Richtungsstörungen im Rechnen verstehen Grissemann und Weber sowohl Richtungsstörungen beim Zahlenlesen und –schreiben als auch Fehler beim Rechnen mit den vier Grundrechenarten. Wahrnehmungs- und Speicherungsschwierigkeiten werden im Abschnitt 1.4.4 ausführlich vorgestellt.

Unter soziokulturellen und familiären Bedingungen fassen Grissemann und Weber *mangelnde Leistungsmotivation, Arbeitshaltung & Ausdauer* und *sprachliche Schwierigkeiten* zusammen. Sie beschreiben, dass die Leistungsmotivation insbesondere aus der Hoffnung auf Erfolg und der Angst vor Misserfolg hervorgeht. Letztere führe dazu, dass Kinder ihre Leistung bei Zeitdruck – wie sie in einer Prüfungssituation (Klassenarbeit) vorherrscht – verschlechtern. Als vorteilhaft für die Entwicklung eines motivierten Leistungsstrebens nennen sie „eine positive Eltern-Kind-Beziehung, ein hohes Anspruchsniveau, ein früh ansetzendes Selbständigkeits- und Leistungstraining, das aber nicht mit massivem Leistungsdruck einhergehen darf, Bekräftigung für gezeigte Leistung und Verzicht auf autoritär beschränkende wie auf verwöhnend nachsichtige Erziehungshaltungen". Schließlich zitieren Grissemann und Weber eine Studie, die zeigte, dass diese Bedingungen in unteren Sozialschichten seltener erfüllt sind. Grissemann und Weber erklären, dass sich nicht nur eine Lese-Schwäche beim Lösen von Textaufgaben negativ auswirken kann, sondern schon sprachliche Schwierigkeiten „beim Verstehen der Wortbedeutung und der syntaktischen Zusammenhänge" Probleme verursachen können.

[22] Intelligenzminderung wird im Dyskalkuliebegriff ausgeschlossen. Abgesehen von diesem Unterschied fanden sich in der Literatur keine Aussagen dazu, ob es verschiedene Risikofaktoren für extreme Rechenschwäche (schwächsten 5 %) und mind. leichte Rechenschwäche (schwächsten 25%) gibt. In den folgenden Darstellungen wird dennoch jedes Mal darauf hingewiesen über welche Art von Rechenschwäche gesprochen wird.

Dies führt sogar dazu, dass „Kinder mit einer Sprachentwicklungsstörung (…) besonders anfällig für mathematische Missverständnisse“ sind (Lorenz, 2012, S. 61).

Als schulische Ursachen nennen Grissemann und Weber *Lücken durch mangelnde Beschulungskontinuität, unterrichtliche Qualitätsmängel, Lücken als Folge der Irritation durch die neue Mathematik, mangelnde Flexibilität infolge Drillrechnens und erhöhte schulische Misserfolgsängstlichkeit*. Die enge Verknüpfung der Bereiche wird am Beispiel der Misserfolgsängstlichkeit deutlich, die schon unter soziokulturellen und familiären Ursachen genannt wurde und zudem neurotisch-psychogenen Ursachen zugeordnet werden kann.

Kategorisierung nach Jacobs und Petermann (2003) und (2005)

Die Arbeit von Jacobs und Petermann legt ihren Schwerpunkt auf die psychologischen Kategorien und zeichnet sich durch ihre Präzision aus. Sie verwendet die Definition der WHO für Rechenstörungen und den Begriff der Dyskalkulie nur bei entwicklungsbedingten Rechenstörungen (Jacobs & Petermann, 2005).

Nach Jacobs und Petermann (2003) entwickelt sich eine Dyskalkulie aus primären Faktoren („Ursachen“) und wird von sekundären Faktoren („ungünstigen Einflüssen“) weiter negativ beeinflusst. Die Autoren bündeln die sogenannten Ursachen in den Überbegriffen genetische Prädisposition, Hirnreifungsstörungen, psychologische Faktoren, psychosoziale Faktoren, didaktische Faktoren. Die sogenannten ungünstigen Einflüsse unterteilen sie in Lehrer-Kind-Interaktion, Eltern-Kind-Interaktion, Erfahrungen mit Gleichaltrigen und psychische Störungen des Kindes.

Dass *genetische Faktoren* eine Rolle spielen, stützen Jacobs und Petermann (2005) auf Zwillingsstudien und Untersuchungen der Angehörigen von Kindern mit Dyskalkulie. Danach stellt die familiäre Häufung auch einen Risikofaktor für die Persistenz (d.h. das Störungsbild bleibt stabil) der Dyskalkulie dar. Bezüglich *Hirnreifungsstörungen* weisen Jacobs und Petermann darauf hin, dass „neuronale Korrelate bei Kindern … noch nicht ausreichend“ belegt sind, so dass noch kein Entwicklungsmodell erstellt werden kann. Befunde an Erwachsenen können wahrscheinlich nicht eins-zu-eins übernommen werden. Zu den psychologischen Faktoren zählen Jacobs und Petermann *Sprache, exekutive Funktionen, Gedächtnis, räumliche Konstruktion, Wahrnehmung und Sensumotorik* wie sie bereits von Grissemann und Weber schon größtenteils genannt wurden. Als weitere ursächliche Faktoren nennen Jacobs und Petermann (2003) psychosoziale und didaktische Faktoren und bemerken, dass häufig mehrere ursächliche Faktoren zusammen wirken.

Nach Jacobs und Petermann beeinflusst eine Dyskalkulie die *Lehrer-Eltern-Kind-Mitschüler-Interaktion*, was im ungünstigsten Fall zu sekundären Störungen wie „Verweigerung, Resignation, Versagens- und Schulangst“ führen kann (Jacobs & Petermann, 2003, S. 204).

Kategorisierung nach Gaidoschik (2006)

Die Kategorisierung von Gaidoschik bedient sich pädagogischer Erklärungskonstrukte und ist insbesondere auch für den „praktischen Gebrauch“ konzipiert worden. Gaidoschik verwendet statt Rechenschwäche den Begriff Rechenstörung, welchen er aber an anderer Stelle (Gaidoschik, 2006, S. 9) als Synonym eingeführt und wie Rechenschwäche nach Abschnitt 1.4.1 definiert hat.

Gaidoschik (Gaidoschik, 2006) bündelt die Faktoren, die zu einer Entstehung von Rechenschwäche führen können unter den Begriffen „Schule“, „Familie“ und „Kind“. Diese Bündel sind eng miteinander verzahnt.

Schulische Faktoren werden nicht als begründende, wohl aber begünstigende Faktoren für Rechenschwäche vermutet (Gaidoschik, 2006). Die schulischen Faktoren ließen sich weiter aufteilen in Faktoren des Umfelds (*ungünstige Klassenstruktur, Notendruck, Lehrerwechsel*) und didaktische Faktoren (*Missachtung des Lernausgangsstandes, Tempo und Dichte des Unterrichts, didaktische Mängel*). Neben kognitiven Faktoren (hier vor allem unter *Entwicklungsrückstände im basalen Bereich*) spielen nach Gaidoschik psychische Faktoren (*Konzentrationsstörungen, Misserfolgsängstlichkeit, geringes intellektuelles Selbstvertrauen, mangelnde Motivation*) eine wesentliche Rolle bei der Entwicklung von Rechenschwächen. Er vermutet, dass seelische Belastungen (beispielsweise infolge *familiärer Probleme*) Rechenschwäche „mitunter massiv verstärken“. Die weiteren familiären Faktoren ließen sich unterteilen in allgemeine Faktoren *(Erziehungsmängel, ungünstige Wohnverhältnisse*) und Faktoren, die eng mit der Schulausbildung verknüpft sind (*angstbesetztes Üben, Übungsdrill, „Tricks“ und Eselsbrücken*). Für die vorliegende Untersuchung ist erwähnenswert, dass Gaidoschik *mangelnde Frühförderung*[23] als Risikofaktor für Rechenschwäche sieht. Schließlich merkt Gaidoschik an, dass die aufgezählten Faktoren „in den seltensten Fällen einzeln für sich, zumeist in höchst unterschiedlichen Wechselwirkungen“ die Entstehung einer Rechenschwäche begünstigen (Gaidoschik, 2006).

1.4.4 Defizite bei rechenschwachen Kindern

Die kognitiven Defizite rechenschwacher Kinder lassen sich kognitionspsychologisch aufteilen in „domänenspezifische Beeinträchtigungen der kognitiven Verarbeitung von Numerositäten“ und „Beeinträchtigungen domänenübergreifender kognitiver Prozesse“ (Landerl & Kaufmann, 2008).

Es soll ausdrücklich betont werden, dass in diesem Abschnitt nicht mögliche Ursachen für Rechenschwäche vorgestellt werden, sondern Defizite, die bei rechenschwachen Kindern häufig anzutreffen sind. Daher stellt sich hier nicht die Frage, ob andere Schulleistungen ebenfalls von den Defiziten betroffen sind oder ob diese Defizite zu spezifischen Beeinträchtigungen bei der mathematischen Entwicklung führen.

<u>Defizite bei der Repräsentation von Zahlen</u>

Einige Studien konnten belegen, dass bei rechenschwachen Kindern Defizite in der kognitiven Repräsentation vorliegen, jedoch fehlen noch Untersuchungen zu deren Häufigkeit (Landerl & Kaufmann, 2008). Dabei wurde mit Hilfe von Aufgaben zum Zahlen- und Mengengrößenvergleich sowie zum Zahlenstrahl nach Defiziten gesucht. Bei Aufgaben zum Zahlen- und Mengengrößenvergleich wurde eine signifikant erhöhte Reaktionszeit rechenschwacher Kinder festgestellt. Landerl und Kaufmann (2008) vermuten, dass dieses basale Problem sich deutlich verstärkt, wenn die geforderte Rechenleistung komplexer wird. Bei einer weiteren Untersuchung zeigen sie, dass rechenschwache Kinder Zahlen auf dem Zahlenstrahl weniger gut präzisieren können als

[23] Kaufmann bestätigt diese Vermutung: Die „Vorkenntnislücken“ können dazu führen, dass das Kind „Lernangebote nicht erfolgreich nutzen kann und von Anfang an zurückbleibt“ (Kaufmann , 2003, S. 35).

normalrechnende Kinder. Sie schließen daraus, dass die „kognitive Repräsentation vom Zahlenraum" rechenschwacher Kinder nicht ausreichend ausgebildet ist.

Defizite in der allgemeinen kognitiven Verarbeitung

Defizite in der Speicherung

Der Aufbau des Gedächtnisses wird in der folgenden Grafik dargestellt, die der Übersicht der im Folgenden verwendeten Begriffe dienen soll und keinen Anspruch auf Vollständigkeit stellt.

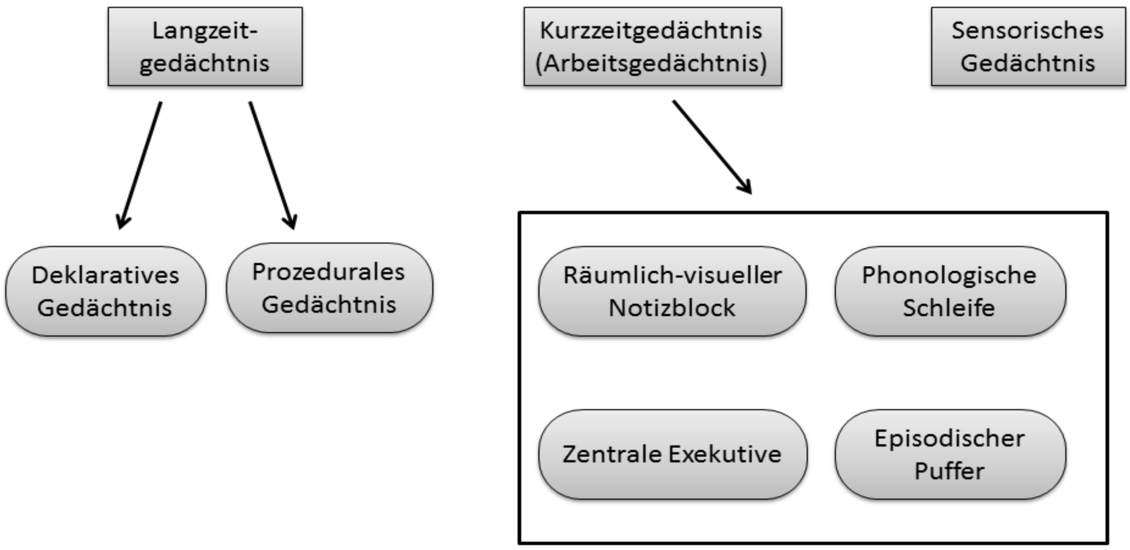


Abbildung 1: Gedächtnis

Die Probleme beim Aufbau und Abruf von Faktenwissen könnten auf ein Defizit im semantischen Gedächtnis (Langzeitgedächtnis) zurückzuführen sein (Landerl & Kaufmann, 2008). Diese Annahme wird jedoch in Frage gestellt, da sich diese Schwierigkeiten beispielsweise auch durch Defizite bei der Repräsentation von Zahlen erklären ließen (ebd.). Weiterhin wurden in den letzten Jahren vermehrt Defizite im Arbeitsgedächtnis von rechenschwachen Kindern identifiziert.

Das Arbeitsgedächtnis lässt sich nach Baddeley (2007) in die Komponenten phonologische Schleife, räumlich-visueller Notizblock, episodischen Puffer und zentrale Exekutive aufteilen. Die allgemeinen Aufgaben der Komponenten sollen im Folgenden kurz erklärt und durch spezielle Aufgaben, die sich auf das Rechnen beziehen, ergänzt werden. Damit soll gezeigt werden, welche rechnerischen Fähigkeiten bei Kindern eingeschränkt sind, die Defizite in den einzelnen Komponenten haben.

Die Aufgabe der *zentralen Exekutiven (central executive)* ist die Planung und Überwachung der Subsysteme phonologische Schleife und räumlich-visueller Notizblock. Sie lenkt die Aufmerksamkeit, wählt passende Rechenstrategien und führt diese aus, weiter ist sie verantwortlich für den Wissensabruf aus dem Langzeitgedächtnis und für Schätzprozesse (Gaupp, 2003). Mit Hilfe der *phonologischen Schleife (phonological loop)* können sprachliche Informationen kurzfristig gespeichert und verarbeitet werden. Beim Rechenprozess hält die phonologische Schleife die Rechenaufgabe und ihrer Zwischenergebnisse bereit und führt zählbasierte Rechenstrategien aus (Gaupp, 2003). Die Aufgabe des *räumlich-visuellen Notizblocks (visuospatial sketchpad, VSSP)* ist die kurzfristige Speicherung und Verarbeitung von räumlichen und visuellen Informationen.

Er repräsentiert Zahlen (mentaler Zahlenstrahl), Rechnungen und Gleichungen räumlich (Gaupp, 2003). Der *episodische Puffer (episodic buffer)* wurde von Baddeley erst 2000 in das Mehrkomponentenmodell aufgenommen, um den Effekt zu erklären, dass man sich mehr Wörter merken kann, wenn die Wörter in einem Zusammenhang (hier Episode genannt) stehen (Baddeley, 2000).

Einige Studien belegen das vermehrte Vorkommen von Defiziten der zentralen Exekutiven und im Bereich des räumlich-visuellen Notizblocks bei rechenschwachen Kindern (etwa (Gaupp, 2003[24]; Grube, 2006[25]). Die Befundlage zu den Komponenten phonologische Schleife muss als uneinheitlich bewertet werden, da widersprüchliche Ergebnisse vorliegen (Gaupp, 2003; Seitz-Stein, Schumann-Hengsteler, Grube, & Hasselhorn, 2012).

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass „generelle Minderleistungen im Rechnen im Einzelfall durch Beschränkungen spezifischer Arbeitsgedächtnisressourcen beeinflusst sein“ können (Grube & Seitz-Stein, 2012, S. 153). Dies lässt sich bei Kindern ab fünf Jahren mit der AGTB 5-12 testen (Hasselhorn, Schumann-Hengsteler, Gronauer, Grube, Mähler, & Schmidt, 2012).

Defizite in der Wahrnehmung und Verarbeitung

Bereits 1993 bezeichneten Lorenz und Radatz (1993) Fähigkeiten der visuellen und auditiven Wahrnehmung, im taktil-kinästhetischen Bereich und in der Intermodalität als wesentlich für die Rechenleistung. Sie beschreiben sie als bedeutsam für die „Entwicklung von Vorstellungsbildern auf der Basis der im Arithmetikunterricht verwendeten Veranschaulichungshilfen, für das vorstellungsmäßige Operieren und damit für die arithmetischen Operationen“. Zahlen werden räumlich angeordnet (mentaler Zahlenstrahl) und die Grundrechenarten durch räumliche Bewegung oder interne Bilder repräsentiert. Grissemann und Weber (2000, S. 15) sehen deshalb Zusammenhänge zwischen Schwächen in der Erfassung räumlicher Beziehungen und Orientierungsschwierigkeiten im Zahlenraum.

1. Defizite in der visuellen Wahrnehmung und Verarbeitung[26]

Zwischen der visuell-räumlichen Wahrnehmung und Rechenschwäche wurde schon früh ein Zusammenhang vermutet (Moser Opitz, 2007, S. 50). Der ursächliche Zusammenhang zwischen visuell-räumlicher Wahrnehmung und Rechenschwäche wurde inzwischen etwas relativiert (Moser Opitz, 2009). Landerl und Kaufmann (2008) bezeichnen den Zusammenhang von arithmetischen Fähigkeiten und visuell-räumlicher Verarbeitung als „naheliegend“, die empirischen Belege hierzu jedoch als dürftig.

2. Defizite in der motorischen Wahrnehmung und Verarbeitung

Auch zwischen der motorischen Entwicklung und der Entwicklung von Rechenleistung werden Zusammenhänge vermutet. Im Mittelpunkt stehen hier die *Fingermotorik* und die *kognitive Repräsentation der Finger*, denn sie werden schon im frühen Zählprozess benötigt: Einerseits, um das Eins-zu-Eins-Prinzip umzusetzen, andererseits als Repräsentant für eine Anzahl und zum Fingerrechnen (Landerl & Kaufmann, 2008).

[24] Die Dyskalkuliedefinition des ICD-10 wurde dieser Untersuchung zugrunde gelegt (Gaupp, 2003, S. 29).
[25] Die Definition rechenschwache Kinder (hier „Kinder mit Rechenschwierigkeiten“ genannt) wurde der Untersuchung zugrunde gelegt.
[26] Kaufmann (2003) untersucht die Vorhersage von Mathematikleistungen durch Leistungen in der visuell-räumliche Wahrnehmung (vgl. Unterkapitel 1.5).

Hinzukommt, dass die Finger als Hilfe zur Zahlzerlegung und Zahlzusammensetzung[27] benutzt werden können (Brissiaud, 2005, S. 54) und durch ihre Anzahl (fünf an jeder Hand) eine wichtige erste Stütze im Dezimalsystem bieten.

1.5 Vorhersage von Rechenleistungen

In der Schulmathematik der Grundschule nimmt das Rechnen einen großen Stellenwert ein. Die in diesem Abschnitt vorgestellten Studien haben untersucht, inwieweit die spätere Rechenleistung in der Grundschule bereits vor oder zu Schuleintritt vorhergesagt werden kann. Aus dem Präventionsgedanken heraus wird untersucht, welche Leistung von einem bestimmten Kind zu erwarten ist. Analog zur Lese-Rechtschreibschwäche suchte man nach spezifischen Merkmalen, die ein Kind frühzeitig als Risikokind für Rechenschwäche identifizieren.

<u>Längsschnittstudie von Kaufmann </u>(2003, S. 201).

Eine Längsschnittstudie von Kaufmann klärt, inwieweit bei Schuleintritt eine Früherkennung später auftretender Rechenstörungen möglich ist. An der zweijährigen Untersuchung, die sich in drei Untersuchungsphasen gliederte, nahmen 127 Kinder teil (Ausfallrate 6 %). Die ersten Messungen wurden direkt nach der Einschulung durchgeführt, doch wurden auch noch die Erhebungen Mitte des ersten Schuljahres zur ersten Untersuchungsphase gezählt. Die zweite Testphase lag in den letzten fünf Monaten des ersten Schuljahres und die dritte Testphase in den letzten drei Monaten des zweiten Schuljahres.

Der Vortest bestand aus den Gruppentests UGT (die deutsche Version des UGT ist der OTZ, van Luit, van de Rijt, & Hasemann, 2001), FEW (Frostig & Lockowandt, 2000) und HDT (Steingrüber, 2000) sowie mehreren informellen Tests, die in Einzelsitzungen durchgeführt wurden. Außerdem wurden während Hospitationen im Kunst- und Sportunterricht die feinmotorischen und grobmotorischen Fähigkeiten der Kinder analysiert. Ein Selbstportrait rundete den Vortest ab und gab Aufschluss über den Entwicklungsstand jedes einzelnen Kindes.

Die arithmetischen Vorkenntnisse untersucht Kaufmann mit dem UGT, welcher sich in die Bereiche Vergleichen, Klassifizieren, Eins-zu-Eins-Zuordnen, Seriation, Zahlwörter gebrauchen, Strukturiertes Zählen und Zählen mit Zeigen, Resultatives Zählen und Zählen ohne Zeigen, sowie Allgemeines Zahlenwissen und Rechnen aufteilen lässt. Mit dem FEW werden Grundfunktionen der visuellen Wahrnehmung mit den Untertests Visuomotorische Koordination, Figur-Grund-Diskrimination, Wahrnehmungskonstanz, Wahrnehmung räumlicher Beziehungen und Wahrnehmung der Raumlage erfasst. Der Ausgangspunkt der Entwicklung der Raumorientierung liegt in der Empfindung der Lage und Stellung der einzelnen Körperteile zueinander. Unter dem Körperschema wird die Beziehung zwischen der Vorstellung und der Wahrnehmung des eigenen Körpers verstanden. Zur Überprüfung des Körperschemas wird den Kindern beispielsweise die Aufgabe gestellt ihr „Kinn" zu zeigen. Es wurde vermutet, dass die Händigkeit (Lateralität) im Zusammenhang mit dem Erlernen der Kulturtechniken (also Lesen, Schreiben und elementares Rechnen) steht. Der Hand-Dominanz-Test gibt Information zum Ausprägungsgrad der Händigkeit. Er lässt sich in die drei Subtests Spuren nachzeichnen („Tracing"), Kreise punktieren („Dotting") und

[27] Im französischen als „décomposition-recomposition" bezeichnet.

Quadrate punktieren („Tapping on squares“) unterteilen. Ein zusätzlicher informeller Test zur Lateralität überprüft die Dominanz eines Auges, um eine eventuelle Kreuzung zu konstatieren.

Zusätzlich zum UGT werden durch einen informellen Test weitere mathematische Basiskompetenzen untersucht. Für den Mathematikunterricht sind Sprachverständnis und ein ausreichend umfangreicher und präziser Wortschatz grundlegend, weshalb die Kenntnis räumlicher und quantitativer Begriffe überprüft wird. Mit den Konzepten „Zahlbedeutung“ (Verbindung Zahlwort mit der zugehörigen Menge) und „Mengenkonstanz bei Veränderung der räumlichen Ausdehnung“ werden zwei weitere klassisch-mathematische Voraussetzungen überprüft. Durch das Abzeichnen einer komplexen abstrakten Figur und Nachlegen einer Figur aus zweifarbigen gleichschenkligen Dreiecken werden Fähigkeiten zur räumlichen Beziehung untersucht. Für visuelles Erinnern ist die visuelle Wahrnehmung eine Grundlage, welche bereits im FEW erhoben werden. Das visuelle Erinnern wird anhand von vier Aufgaben im Einzeltest untersucht. An einem Würfel mit verschiedenfarbigen Seitenflächen wird das Operieren in der Vorstellung (d.h. die gedankliche Manipulation der räumlichen Lage) beobachtet. In einem Fragebogen sollen die Klassenlehrer der an der Untersuchung teilnehmenden Kinder Unterrichtsleistungen, das Lern- und Arbeitsverhalten sowie soziale und emotionale Fähigkeiten von jedem Schüler beurteilen. Des Weiteren sollen sie die mathematikspezifischen Leistungen (beispielsweise, ob die Kinder plus und minus verwechseln) der Schüler einschätzen.

In der Mitte des ersten Schuljahres wurde der CFT (Cattell, Weiß, & Osterland, 1997) durchgeführt, der anhand von fünf Untertests (Substitutionen, Labyrinthe, Klassifikationen, Ähnlichkeiten, Matrizen) die Grundintelligenz einschätzt. Um die gewonnenen Daten der ersten Messungen zu ergänzen, wurde außerdem ein Lehrerurteil durch einen Fragebogen bezüglich der mathematischen Leistungen, des allgemeinen Leistungsvermögens, des Lern- und Arbeitsverhaltens und des Sozialverhaltens und der Emotionalität erhoben. Die nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über die geprüften Fähigkeiten und die verwendeten Messinstrumente der ersten Untersuchungsphase:

Fähigkeit	Test
1. Arithmetische Vorkenntnisse	UGT (van Luit, van de Rijt, & Hasemann, 2001)
2. Visuelle Wahrnehmung	FEW (Frostig & Lockowandt, 2000)
3. Handdominanz	HDT (Steingrüber, 2000)
4. Basisfertigkeiten (Raumorientierung) Körperschema, Lateralität	Informelle Tests
5. Mathematische Basiskompetenzen Räumliche Begriffe, Quantitative Begriffe, Zahlbedeutung, Mengenkonstanz, Räumliche Beziehungen, Visuelles Erinnern, Operieren in der Vorstellung	
6. Selbstportrait	
7. Motorik Feinmotorik, Grobmotorik	
8. Intelligenz	CFT (Cattell, Weiß, & Osterland, 1997)
9. Schulkompetenzen Mathematikspezifische Leistungen, Sonstige Unterrichtsleistungen, Arbeitsverhalten, Soziale und emotionale Faktoren	Lehrerurteil

Tabelle 1: Messinstrumente der ersten Untersuchungsphase (Kaufmann)

Zum zweiten Messzeitpunkt am Ende der ersten Klasse wurden die mathematischen Leistungen in Gruppen- und Einzeltests überprüft. Einzeltests sind zwar zeitintensiver, haben aber den Vorteil, dass die Lösungswege und verwendeten Hilfsmittel der Kinder beobachtet werden können. Der Gruppentest umfasst neun Aufgaben zu den Themen Zahlbeziehungen, Rechenstrategien, Zahlbedeutung, Zahlenstrahl, Rechnen und Zahlenfolgen. Der Einzeltest (40 minütig) schließt die Themen Zahlbegriff, Operationsverständnis und Rechnen und Rechenstrategien ein. Der Subtest Zahlbegriff lässt sich weiter unterteilen in Zahlwortreihe, Zahlen lesen und schreiben, Zahlauffassung und Zahldarstellung und Zahlverständnis. Das Operationsverständnis (d.h. die Fähigkeit zwischen den drei Darstellungsformen konkret, bildhaft und symbolisch zu übersetzen) wurde anhand gestellter Textaufgaben überprüft. Der Einzeltest Rechnen prüft Faktenwissen und einfache Rechenoperationen und besteht aus fünf Additions- und vier Subtraktionsaufgaben. Bei der Auswertung interessierten die Lösungshäufigkeit, die Lösungsart („automatisiert oder gezählt?"), die verwendeten Hilfsmittel (beispielsweise Rechenplättchen, Finger), die Fehlerarten und die angewandten Strategien (beispielsweise Umkehraufgaben).

Der UGT, welcher die arithmetischen Vorkenntnisse misst, wurde zum zweiten Messzeitpunkt wiederholt. Er prüft, ob in der Zwischenzeit messbare Erfolge durch die Förderung erzielt wurden. In einem informellen Test sollten die Kinder zu jeweils zwei vorgegebenen Additions- und Subtraktionsaufgaben eine Rechengeschichte erfinden. Diese Aufgabe gibt Auskunft über das Operationsverständnis der Kinder. In einem Gruppentest wurde zudem die Rechenleistung (Addition und Subtraktion im Zahlenraum 0 bis 20) der Kinder überprüft. Dabei orientieren sich die Aufgaben an den schriftlich gestellten Aufgaben des DBZ 1 (Wagner & Born, 1994).

Fähigkeit	Testinstrument
1. Mathematische Leistungen: GT: Zahlbeziehungen, Rechenstrategien, Zahlbedeutung, Zahlenstrahl, Rechnen, Zahlenfolgen ET: Zahlbegriff (Zahlwortreihe, Zahlen lesen/schreiben, Zahlauffassung, Zahlverständnis), Operationsverständnis, Rechnen	eigene Testbatterie: Gruppentest und Einzeltest
2. Arithmetische Vorkenntnisse	UGT (heute OTZ)
3. Operationsverständnis	Informeller Test: Rechengeschichten erfinden
4. Rechnen	Rechentest angelehnt an DBZ 1 (Wagner & Born, 1994)

Tabelle 2: Messinstrumente der zweiten Untersuchungsphase (Kaufmann)

Zum dritten Messzeitpunkt am Ende der zweiten Klasse wurde der FEW wiederholt, um Veränderungen in den Fähigkeiten der visuellen Wahrnehmung bei den Kindern festzustellen. Wie zum zweiten Messzeitpunkt wurden mathematische Leistungen in Gruppen- und Einzeltests überprüft, wobei diejenigen Aufgaben als Einzeltest durchgeführt wurden, bei denen der Lösungsweg des Kindes von Bedeutung war. Diese Tests umfassten die Themen Zahlbegriff, Operationsverständnis und Rechnen/Rechenstrategien. Der Subtest Zahlbegriff lässt sich in die Bereiche Abzählen und Zählen, Zahlen lesen/schreiben/erkennen, Zahlauffassung und Zahldarstellung (beispielsweise mit Zehnermaterial gelegte Anzahlen erkennen) und Zahlbedeutung und Zahlbeziehung (beispielsweise Teil-Ganzes-Verständnis) unterteilen. Das Operationsverständnis wurde mit Hilfe von Textaufgaben, Bildsituationen und Rechengeschichten überprüft. Die Aufgaben waren dem Schwierigkeitsniveau der zweiten Klasse angepasst und enthielten Probleme zu allen vier Grundrechenarten. Die sprachliche

Struktur der Additions- und Subtraktions-Textaufgaben war teilweise richtungsgleich, aber teilweise auch richtungsverschieden, was eine zusätzliche Schwierigkeit ausmachte. Des Weiteren sollten zu zwei Bildsituationen passende Rechenaufgaben gefunden werden und umgekehrt zu vier Rechenaufgaben jeweils eine Rechengeschichte erfunden werden. Innerhalb der Längsschnittstudie werden die Schulleistungen mit dem standardisierten Test „Allgemeiner Schulleistungstest für 2. Klassen" (Rieder, 1991) überprüft, der mit den Untertests Wortschatz, Rechtschreiben, Zahlenrechnen, Leseverständnis und Textaufgaben spezifische Leistungen in den Fächern Deutsch und Mathematik testet. Der zugehörige Lehrerfragebogen enthält außer den Leistungseinschätzungen in Deutsch und Mathematik auch Einschätzungen zur häuslichen Übungsarbeit (fünfstufige Rating-Skala) und zur Aufmerksamkeits- und Konzentrationsfähigkeit (ebenfalls fünfstufige Rating-Skala).

Fähigkeit	Testinstrument
1. Visuelle Wahrnehmung	FEW
2. Mathematische Leistungen: Zahlbegriff (Abzählen/Zählen, Zahlen lesen/schreiben/ erkennen, Zahlauffassung/-darstellung, Zahlbedeutung/– beziehungen), Operationsverständnis, Rechnen/ Rechenstrategien	eigene Testbatterie: Gruppentest und Einzeltest
3. Schulleistungen in Deutsch und Mathematik	AST 2 (Rieder, 1991)
4. Schulkompetenzen: Unterrichtsleistungen Mathematik Unterrichtsleistungen Deutsch Einschätzung häusliche Übungsarbeit Einschätzung Konzentrationsfähigkeit	Lehrerfragebogen

Tabelle 3: Messinstrumente der dritten Untersuchungsphase (Kaufmann)

Mit dieser Längsschnittuntersuchung weist Kaufmann Zusammenhänge zwischen arithmetischen Vorkenntnissen und Fähigkeiten der visuellen Wahrnehmung zu Beginn des ersten Schuljahres nach. Dabei stellt der Teilbereich „Lage im Raum" der visuellen Wahrnehmung den stärksten Prädiktor für die arithmetischen Vorkenntnissen dar.

Ein weiterer Untersuchungsgegenstand der Studie besteht in dem Zusammenhang zwischen (geringeren) Fähigkeiten der visuellen Wahrnehmung bei der Einschulung und (schwächeren) Mathematikleistungen am Ende der zweiten Klasse. Die Studie zeigt, dass je nach angesetztem Leistungskriterium die visuellen Fähigkeiten eine unterschiedlich hohe Varianz erklären: Beim mathematischen Leistungstest 36 %, beim Allgemeinen Schulleistungstest 24 % und beim Lehrerurteil 27 %. Kaufmann begründet die geringere Varianzaufklärung beim Schulleistungstest und Lehrerurteil als beim mathematischen Leistungstest durch die verschiedenen Schwerpunkte der Untersuchungsinstrumente: Während im mathematischen Leistungstest auch konzeptuelles Wissen gefragt ist, konzentriert sich der Schulleistungstest auf prozedurales Wissen und das Lehrerurteil beruht insbesondere auf reiner Rechenleistung. Schließlich zeigt die Studie, dass der Anschluss an die Leistungen der Klasse bei den geförderten Kindern erreicht wurde. Tatsächlich ist in den Abschlussuntersuchungen weder beim mathematischen Leistungstest oder beim Allgemeinen Schulleitungstest/Mathematik noch beim Lehrerurteil ein signifikanter Unterschied der Fördergruppe zur Gesamtgruppe zu verzeichnen.

Längsschnittstudie von Krajewski (2008)

Die Studie von Krajewski untersucht die Möglichkeiten der Vorhersage von Mathematikleistungen[28] in der Grundschule auf Basis der arithmetischen Fertigkeiten im Kindergartenalter. Die zu der Vorhersage benötigten und bereits im Vorschulalter erfassbaren Merkmale werden in der Studie identifiziert. Für die Studie wurden 126 Kinder ein halbes Jahr vor ihrer Einschulung auf ihr Mengen- und Zahlen-Vorwissen getestet. Zum zweiten Messzeitpunkt (zwei Monate vor der Einschulung) wurden zusätzlich 29 Kinder rekrutiert, so dass die erweiterte Stichprobe 155 Kinder umfasst (Ausfallrate insgesamt: 12 %). Mitte des ersten Schuljahres wurde ein Intelligenztest (3. MZP) durchgeführt, die Nachtests (4. und 5. MZP) fanden jeweils am Ende des ersten bzw. zweiten Schuljahres statt. Fragebögen an Eltern und Lehrer im Kindergarten und in der Grundschule, die Auskunft zur Entwicklung, zum familiären Hintergrund und Lernumfeld des Kindes geben sollten, rundeten die Untersuchung ab.

Zur Erfassung der Vorläuferfertigkeiten des mathematischen Verständnisses konzipiert Krajewski eine Testbatterie, die sowohl mathematikspezifische als auch unspezifische Fähigkeiten misst. Die spezifischen Fähigkeiten werden in Mengenvorwissen, Zahlenvorwissen und Zahleninformationsgeschwindigkeit unterteilt. Um das Mengenvorwissen zu erheben, werden Aufgaben zur Fähigkeit der Seriation, des Mengenvergleichs und des Längenvergleichs gestellt. Erstere wird beispielsweise durch die „Blumenaufgabe“ ermittelt: Unter 5 Blumen (B1, B2, B3, B4, B5) soll das Kind auf diejenige Blume zeigen, die größer als Blume B2, aber kleiner als Blume B4 ist. Die Fähigkeit zum Mengenvergleich wird zum Beispiel durch die „Schwimmbadaufgabe“ überprüft: Diese Aufgabe lehnt sich eng an Piagets Aufgabe zur Identitätsinvarianz an (erkennt das Kind, dass die Anzahl der Elemente einer Reihe gleich bleibt, unabhängig davon ob man sie auseinanderzieht oder zusammenschiebt), ist aber eingebettet in eine Geschichte. Ein Beispiel für eine Aufgabe, die die Fähigkeit des Längenvergleichs testet, ist die „Streifenaufgabe“. Dabei sollen weit auseinanderliegende Streifen aus mit je einem Punkt versetzten Quadraten auf ihre Länge hin verglichen werden. Das Zahlwissen setzt sich aus der Zählfertigkeit, dem Zahlwissen (beispielsweise dem Wert von Geldstücken) und der Rechenfertigkeit zusammen. Schließlich wird die Zahleninformationsverarbeitungsgeschwindigkeit mit dem Zahlen-Verbindungs-Test (Oswald & Roth, 1997) überprüft, bei dem ungeordnete Zahlen von 1 bis 10 auf kürzestem Weg verbunden werden sollen. Da einige Kinder die arabischen Zahlen noch nicht lesen können, wurde außerdem ein informeller Test durchgeführt, bei dem die Kinder 18 Würfelbilder in zufälliger Reihenfolge möglichst schnell „vorlesen“ sollten.

Für die unspezifischen Faktoren werden Aufgaben zur Gedächtniskapazität, zum räumlichen Vorstellungsvermögen, zur Konzentrationsfähigkeit und zum Sprachverständnis relationaler Begriffe gestellt. Die Gedächtniskapazität wird beispielsweise durch die Aufgabe „Zahlenspanne“ überprüft, wobei das Kind Zahlenfolgen nachsprechen soll. Das Nachbauen der Fotografien von Bauklotzbauten ist eine Aufgabe zum Test des räumlichen Vorstellungsvermögens. Die Konzentrationsfähigkeit wurde mit dem standardisierten Test FTF-K (Raats & Möhling, 1971) überprüft, bei dem die Kinder in 90 Sekunden auf einem Blatt mit gemalten Äpfeln und Birnen so schnell wie möglich alle Birnen heraussuchen und durchstreichen müssen. Anweisungen, die relationale

[28] Die Leistungen am Ende der ersten bzw. zweiten Klasse wurden mit dem Demat 1+ und Demat 2+ erhoben. Während der Demat 1+ nur arithmetische Fähigkeiten überprüft, beinhaltet der Demat 2+ auch einen Subtest „Geometrie“. Daher ist es gerechtfertigt von Mathematikleistungen zu sprechen, auch wenn der Schwerpunkt sehr stark auf Rechenleistungen liegt.

Begriffe wie „zwischen" enthielten, gaben schließlich Aufschluss über das Sprachverständnis.

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Testbatterie (35-minütige Einzelsitzung) zum ersten und zweiten Messzeitpunkt:

Fähigkeit	Testinstrument
1. Mengenvorwissen: Fähigkeit zur Seriation, zum Mengenvergleich, zum Längenvergleich	Informelle Tests
2. Zahlenvorwissen: Zählfertigkeit, Zahlwissen, Rechenfertigkeit	Informelle Tests
3. Zahleninformationsverarbeitungsgeschwindigkeit	ZVT (Oswald & Roth, 1997)
4. Gedächtniskapazität	Informeller Test
5. Räumliches Vorstellungsvermögen	Informeller Test
6. Konzentrationsfähigkeit	FTF-K (Raats & Möhling, 1971)
7. Sprachverständnis für relationale Begriffe	Informeller Test

Tabelle 4: Messinstrumente zum ersten und zweiten Messzeitpunkt (Krajewski)

Die Intelligenz wird anhand einer Kurzversion des CFT (Cattell, Weiß, & Osterland, 1997) mit den Untertests „Klassifikation", „Ähnlichkeiten" und „Matrizen" erhoben. Dieser Test fand in der Mitte des ersten Schuljahres zu einem separaten Messzeitpunkt (3. MZP) statt und ist deshalb in den Tabellen nicht aufgeführt.

Die Nachtests am Ende der ersten bzw. zweiten Klasse lassen sich in mathematikspezifische und unspezifische Leistungen unterteilen, wobei als unspezifisches Kriterium die schriftsprachlichen Leistungen herangezogen wurden.

Die mathematischen Kompetenzen werden mit den Gruppentests Demat 1+ (Krajewski, Küspert, Schneider, & Visé, 2002) bzw. Demat 2+[29] (Krajewski, Liehm, & Schneider, 2004) erhoben. Die Aufgabe „Zahlentreppe" ist als informeller Test zur Schnelligkeit des Abrufs arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis konzipiert. Dabei werden 20 Kopfrechenaufgaben des kleinen Einspluseins in einer Treppe – bestehend aus Stufen mit acht, sechs, vier und zwei Aufgaben - angeordnet, zu deren Bearbeitung die Kinder insgesamt 40 Sekunden Zeit haben. Anlehnend an Schulnoten schätzen die Lehrer zudem die mathematische Leistung der Kinder auf einer sechsstufigen Skala ein. Das schulische Selbstkonzept der mathematischen Fähigkeit wurde durch eine „Köpfchenliste" abgefragt. Dabei soll das Kind seine Mathematikleistung selbst einschätzen, indem es sich selbst in einer Reihe von Köpfchen platziert, wobei das oberste Köpfchen dem besten und das unterste Köpfchen dem schlechtesten Kind der Klasse entspricht.

Die schriftsprachlichen Leistungen wurden mit zwei standardisierten Tests erhoben. Für die Rechtschreibkompetenz wurde der Weingartner Rechtschreibtest für die erste Klasse (Birkel, 1995) bzw. der Diagnostische Rechtschreibtest für zweite Klassen (Müller, 1997) verwendet, die Lesefähigkeit wurde zu beiden Zeitpunkten mit der Würzburger Leise Leseprobe (Küspert & Schneider, 1998) überprüft.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die untersuchten Fähigkeiten und die dazu verwendeten Testinstrumente.

[29] Hierfür wurde eine Vorversion des Demat 2+ verwendet, welche noch keine Aufgaben zu den geometrischen Fähigkeiten beinhaltete.

Fähigkeit	Testinstrument
1. Mathematische Leistungen: Mathematische Kompetenz, Schnelligkeit des Abrufs arithmetischer Fakten, Lehrereinschätzung, Schulisches Selbstkonzept	 Demat 1+ bzw. Demat 2+ (Vorversion) Informeller Test: „Zahlentreppe“ Lehrerfragebogen „Köpfchenliste“
2. Schriftsprachliche Leistungen: Rechtschreibkompetenz Lesefähigkeit Selbstkonzept bzgl. Leistung im Diktat/Lesen	 WRT 1 (Birkel, 1995) bzw. DRT 2 (Müller, 1997) WLLP (Küspert & Schneider, 1998) „Köpfchenliste“

Tabelle 5: Messinstrumente zum vierten und fünften Messzeitpunkt (Krajewski)

Die Längsschnittuntersuchung bestätigte die Vermutung, dass Kinder bereits vor Schuleintritt ein beträchtliches Vorwissen im Bereich Mengen und Zahlen besitzen. Die für die Studie entwickelten Aufgaben für das letzte Kindergartenjahr differenzierten „besonders gut im unteren Bereich der schwächsten Kinder“, so dass sie insbesondere für die Risikovorhersage von Rechenschwäche ein nützliches Instrument darstellen. Die Untersuchung der Kinder auf ihre mathematischen Vorläuferfertigkeiten Mitte des letzten Kindergartenjahres stellte sich für die Vorhersage als die zuverlässigste heraus, so dass Krajewski diesen Zeitpunkt für eine Testung empfiehlt. Neben der Zuverlässigkeit ist ein weiterer Vorteil, dass bis zum Schulanfang noch Zeit für präventive Maßnahmen bleibt. Bei den Ergebnissen der Studie wird zwischen der allgemeinen Vorhersage von Mathematikleistungen und der speziellen Vorhersage von Rechenschwäche unterschieden.

Vorhersage der Mathematikleistungen: Die Intelligenz hat zwar Einfluss auf die Mathematikleistung am Ende der ersten Klasse, doch der Einfluss des vorschulischen Zahlenwissens ist erheblich größer. Die Mathematikleistung am Ende der zweiten Klasse konnte ebenfalls gut mit dem vorschulischen Zahlenwissen vorhergesagt werden, der Einfluss ist jedoch ein wenig kleiner als auf die Mathematikleistung ein Jahr zuvor. Das Mengenvorwissen und die Zahleninformationsgeschwindigkeit hatten nur indirekten Einfluss auf die schulischen Mathematikleistungen, denn sie gingen im Zahlenvorwissen auf.

Vorhersage von Rechenschwäche: Für die Risikovorhersage von Rechenschwäche[30] lässt sich anhand des Mengen- und Zahlenvorwissens eine deutlich bessere Sensitivität als anhand der Intelligenz finden. Zusätzlich noch vorschulische Gedächtnisfähigkeit zur Risikoeinschätzung heranzuziehen, erzielt kaum höhere Sensitivität und man bekommt deutlich mehr falsch-positive Entscheidungen. Die Zahleninformationsverarbeitungsgeschwindigkeit stellte sich als unspezifisches Vorhersageinstrument heraus, sie erklärt nämlich auch die Varianz in den schriftsprachlichen Leistungen. Räumliche Vorstellung, Konzentrationsfähigkeit und Sprachverständnis zeigten sich in dieser Studie nicht als Vorhersagemerkmale. Krajewski weist aber darauf hin, dass räumliche Vorstellung auf die Fähigkeit Geometrieaufgaben zu lösen Einfluss haben könnte.

[30] Unter Rechenschwäche wird in dieser Studie das „Auftreten sehr schwacher mathematischer Leistungen“ verstanden (Krajewski, 2008).

Fortführung dieser Längsschnittstudie (Krajewski & Schneider, 2009)

Eine Fortführung der Längsschnittstudie sollte klären, wie gut das Mengen- und Zahlenvorwissen[31] die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschule vorhersagen können. Hierzu wurde mit den Kindern (Ausfallrate insgesamt 15 %) am Ende der 4. Klasse der Demat 4 (Gölitz, Roick, & Hasselhorn, 2006) durchgeführt. Außerdem wurde der sozioökonomische Status mit Hilfe eines Elternfragebogens erhoben.

Durch die Mathematikleistung am Ende der ersten Klasse ließ sich die Mathematikleistung am Ende der vierten Klasse sehr gut vorhersagen. Das vorschulischen Mengen- und Zahlenwissen ging nicht völlig in den Mathematikleistungen am Ende der ersten Klasse auf, sondern hatte einen zusätzlichen direkten Einfluss auf die Mathematikleistung am Ende der Grundschulzeit. Weiterhin bedingte die Schnelligkeit des Abrufs arithmetischer Fakten in der ersten Klasse die Mathematikleistung der vierten Klasse.

Schließlich fanden die Autoren einen signifikanten Einfluss des sozioökonomischen Status und der Zahlenverarbeitungsgeschwindigkeit, welche bereits im Kindergarten erhoben wurde, auf den Mathematiktest am Ende der vierten Klasse.

<u>Längsschnittstudie von Dornheim </u>(2008)

Die Studie von Dornheim identifiziert die, für die spätere Rechenleistung relevanten, arithmetische Vorläuferfähigkeiten und allgemein-kognitive Fähigkeiten. Zu diesem Zweck wurden 126 Kinder zu vier Messzeitpunkten getestet (ursprünglich 159 Kinder, Ausfallrate 21 %), wovon die ersten beiden Messungen im letzten Kindergartenjahr durchgeführt wurden, die dritte Messung am Ende des ersten Schuljahres und die vierte Messung am Ende des zweiten Schuljahres. Damit umfasste diese Längsschnittuntersuchung eine Zeitdauer von 2,5 Jahren.

Die Erhebungen zum ersten und zweiten Messzeitpunkt lassen sich in arithmetisches Vorwissen, allgemein-kognitive Fähigkeiten (Intelligenz-Komponente und Arbeitsgedächtnisleistung) und Kontrollvariablen (unspezifische Leistungen) unterteilen. Die Aufgaben zum arithmetischen Vorwissen lassen sich den Kategorien Zahlenvorwissen, Zahlsymbol-Vorwissen, Konzeptuelles Mengenverständnis und Mathematikbezogenes Sprachverständnis zuordnen. Dabei beinhaltet die Kategorie Zahlenvorwissen sechs Aufgaben zu den Themen verbale Zahlwortwissen, Kenntnis der Zahlwortreihe, Verständnis für die Verbindung von Anzahl und Zählzahl, komplexeres Zählen und Rechnen. Das Zahlsymbol-Vorwissen wird in jeweils einer Aufgabe zum Zahlen schreiben und Zahlen lesen überprüft. Um das Mengenvorwissen zu erheben, werden Aufgaben zur Fähigkeit der Eins-zu-Eins-Zuordnung, der Invarianz und der Seriation gestellt. Die Eins-zu-Eins-Zuordnung wird anhand einer Aufgabe untersucht, bei der die Kinder zu einer gegebenen Anzahl von Objekten dieselbe Anzahl von Kreisen malen sollen. Das Verständnis der Invarianz wurde anhand einer Aufgabe getestet, bei der Kinder aus einer Auswahl diejenige Abbildung markieren sollten, die zwei gleichmächtige Teilmengen enthielt. In den beiden Unteraufgaben zur Seriation wurde überprüft, ob die Kinder Objekte in zwei Reihen der Größe nach zuordnen bzw. ein Objekt passend einordnen können. Abschließend wurde das mathematikbezogenen Sprachverständnis mit zwei Aufgaben zu Präpositionen und Komparativen erhoben.

[31] Dieses Vorwissen wird in der Fortführung als Mengen-Zahlen-Kompetenz bzw. preschool quantity-number competencies (QNC) bezeichnet.

Die Aufgaben zur Intelligenzmessung umfassen die Teilbereichen räumliche Intelligenz, visuelle Aufmerksamkeit und konzeptuelle Intelligenz. Die räumliche Intelligenz wird beispielsweise durch die Aufgabe „Nachzeichnen“ aus dem FEW (Frostig & Lockowandt, 2000) überprüft. Dabei sollen die Kinder verschiedene vorgegebene Linien eines Punkterasters in ein leeres Punkteraster übertragen. Die visuelle Aufmerksamkeit wurde beispielsweise durch eine Aufgabe untersucht, bei der ein Weg durch ein gezeichnetes Labyrinth bis zu einem vorgegebenen Zielpunkt gefunden werden soll. Für die Erhebung der konzeptuellen Intelligenz wird beispielsweise eine Aufgabe zum Einordnen von Begriffen in Kategorien gestellt. Bei dieser an die Aufgabe „Klassifikationen“ aus dem CFT 1 (Cattell, Weiß, & Osterland, 1997) angelehnte Aufgabe, sollen die Kinder einen von fünf verschiedenen Gegenstände identifizieren, der nicht zu der vorgegebenen Kategorie gehört.

Die Arbeitsgedächtnisleistung wird in drei Teilgebieten erhoben. Für die sprachliche Arbeitsgedächtnisleistung wird eine Aufgabe zur Ziffernspanne vorwärts gestellt. Hierzu sollen die Kinder Ziffernfolgen, bestehend aus drei bis fünf einsilbigen Zahlwörtern, wiederholen. In einer ähnlichen Aufgabe sollten Reihen mit zwei bis vier Ziffern in umgekehrter Reihenfolge wiederholt werden. Diese Aufgabe, welche „Ziffernspanne rückwärts“ genannt wird, untersucht die zentral-exekutive Arbeitsgedächtnisleistung. Die visuell-räumliche Arbeitsgedächtnisleistung wird durch eine „Matrixaufgabe“ erhoben. Dabei wird den Kindern eine 3 x 3-Matrix mit ein bis drei durch Sterne belegten Feldern gezeigt, die Kinder müssen sich die Felder merken und in einer freien Matrix markieren.

Als unspezifische Leistungen untersucht Dornheim die Rechts-Links-Unterscheidung (beispielsweise die Fähigkeit die rechte Hand zu identifizieren) und die nonverbale Intelligenz, welche in ihrer Studie mit dem CFT 1 (Cattell, Weiß, & Osterland, 1997) erhoben wird. Ein beigefügter Erzieherinnen-Fragebogen dokumentiert Informationen über die Leistungsprognose im Schulalter, zum Sprachstand und Migrationshintergrund, ferner zum Verhalten des Kindes. Außerdem werden im Rahmen des Fragebogens der Kontext und das Konzept des Kindergartens erfragt. In einem weiteren Fragebogen dokumentieren die Eltern ihren sozioökonomischen Status, den familiären Hintergrund sowie Verhalten und Interessen des Kindes.

Die überprüften Fähigkeiten und dafür verwendeten Messinstrumente zum ersten und zweiten Messzeitpunkt werden in folgender Tabelle dargestellt:

Fähigkeit	Messinstrument
1. Arithmetisches Vorwissen: Zahlen-Vorwissen, Zahlsymbol-Vorwissen Konzeptuelles Mengenverständnis Mathematikbezogenes Sprachverständnis	Informelle Tests: Zählen und Abzählen, Anzahlen erfassen, Anwenden von Zahlen-Vorwissen; Zahlen lesen und schreiben Mengenkorrespondenz, Seriation Präpositionen, Komparative
2. Intelligenz: Räumliche Intelligenz Visuelle Aufmerksamkeit Konzeptuelle Intelligenz	Informelle Tests
3. Arbeitsgedächtnisleistung: Sprachlich Visuell-räumlich Zentral-exekutiv	Informelle Tests: Ziffernspanne vorwärts Matrixaufgabe Ziffernspanne rückwärts
4. Unspezifische Leistungen	Rechts-Links-Unterscheidung, CFT 1 Erzieherinnen-Fragebogen Eltern-Fragebogen

Tabelle 6: Messinstrumente zum ersten und zweiten Messzeitpunkt (Dornheim)

Der dritte und vierte Messzeitpunkt lagen am Ende der ersten bzw. zweiten Klasse.

Zur Messung der mathematischen Leistungen werden der Demat 1+ bzw. Demat 2+ als Gruppentest durchgeführt und ein Lehrerurteil (Einstufung der mathematischen Leistung auf einer fünfstufigen Skala) eingeholt. Die schriftsprachlichen Leistungen werden mit zwei standardisierten Tests erhoben. Für die Rechtschreibkompetenz wird der Weingartner Rechtschreibtest für die erste Klasse (Birkel, 1995) bzw. der Diagnostische Rechtschreibtest für zweite Klassen (Müller, 1997) verwendet, die Lesefähigkeit wurde zu beiden Zeitpunkten mit der Würzburger Leise Leseprobe (Küspert & Schneider, 1998) überprüft. Für die schriftsprachlichen Leistungen wird ebenfalls ein Lehrerurteil eingeholt.

Mithilfe informeller Tests wird das basale Zahlenwissen erhoben. Ein in der ersten Klasse eingesetzter Gruppentest umfasst Aufgaben zur Addition und Subtraktion, zum Zahlenraum (beispielsweise Vorgänger/Nachfolger bestimmen), zum Rechnen in Sachkontexten und numerische Aufgaben mit visuell-räumlichen Anforderungen. In der ersten und zweiten Klasse werden mündlich Aufgaben zum vorwärts Zählen, zum flexiblen Zählen, zum Zahlen lesen/schreiben, zum quasi-simultan Erfassen und zur Rechts-Links-Unterscheidung gestellt. Diese werden in der ersten Klasse ergänzt durch Aufgaben zum Zahlenraum, zur Zahl-Mengen-Zuordnung und zum mathematischen Verständnis (beispielsweise Unterscheidung von Ordinal- und Kardinalzahl). Außerdem werden Aufgaben zum schnellen Faktenabruf, zur Erfassung von Rechenstrategien und zum Abruf von Zahlen aus dem Langzeitgedächtnis gestellt. Die räumliche Komponente der Intelligenz wird nur am Ende der ersten Klasse mit dem Subtest „Erfassen räumlicher Beziehungen“ aus dem FEW erhoben, die visuelle Aufmerksamkeitskomponente wird am Ende der ersten und zweiten Klasse mit dem Test zur Prüfung optischer Differenzierungsleistungen (Sauter, 1979) gemessen. Zur Einschätzung der Arbeitsgedächtnisleistung wird bei allen Kindern die Ziffernspanne vorwärts und rückwärts durch den Subtest „Zahlen nachsprechen“ aus dem HAWIK-III erhoben.

Als unspezifische Leistung wird in der Studie noch einmal die Rechts-Links-Unterscheidung überprüft. Ein Elternfragebogen dient schließlich dazu, Auffälligkeiten im Verhalten des Kindes zu dokumentieren, eine Einschätzung der Eltern hinsichtlich Lernschwierigkeiten im Fach Mathematik zu bekommen und eventuelle Fördermaßnahmen zu erfahren.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Testbatterie.

Fähigkeit	Messinstrument
1. Mathematische Leistungen:	
Mathematische Kompetenz	Demat 1+ (Krajewski, Küspert, Schneider, & Visé, 2002) bzw. Demat 2+ (Krajewski, Liehm, & Schneider, 2004)
Einstufung der math. Leistungen	Lehrerurteil
2. Schriftsprachliche Leistungen:	
Lesetest	WLLP (Küspert & Schneider, 1998)
Rechtschreibtest	WRT 1+ (Birkel, 1995) bzw. DRT 2 (Müller R. , 1997)
Einstufung der Deutschleistungen	Lehrerurteil
3. Zahlenwissen:	Informelle Tests:
Basales Zahlenwissen	Test zum basalen Zahlenwissen (nur 1. Klasse); Flexibles Zählen; Anzahlen Erfassen
Zahlsymbol-Wissen	Zahlen lesen und schreiben
4. Intelligenz:	
Räumliche Intelligenz	FEW (Frostig & Lockowandt, 2000) (1.Klasse)
Visuelle Aufmerksamkeit	POD (Sauter, 1979)
5. Arbeitsgedächtnisleistung:	

	Sprachlich Zentral-exekutiv	Zahlen nachsprechen vorwärts aus HAWIK-III (Tewes, Rossmann, & Schallenberger, 2001) Zahlen nachsprechen rückwärts aus HAWIK-III
6.	Unspezifische Leistung	Rechts-Links-Unterscheidung Eltern-Fragebogen

Tabelle 7: Messinstrumente zum dritten und vierten Messzeitpunkt (Dornheim)

Dornheim ermittelt in ihrer Untersuchung ebenfalls Zahlenvorwissen als Hauptprädiktor der späteren Rechenleistung. Sie zeigt, dass das spezifische Zahlenvorwissen deutlich größeren Einfluss auf die Rechenleistungen der ersten und zweiten Klasse hat als die ebenfalls mathematikspezifischen Prädiktoren konzeptuelles Mengenverständnis und Zahlsymbol-Vorwissen. Allgemeine Intelligenz und andere allgemein-kognitive Leistungen wie räumliche Intelligenz-Komponente, visuell-räumliche und zentral-exekutive Arbeitsgedächtnisleistung gehen im Zahlen-Vorwissen auf. Einzig sprachliche Arbeitsgedächtnisleistung konnte in ihrer Untersuchung einen zusätzlichen direkten Beitrag auf die spätere Rechenleistung erzielen.

In einem Vergleich verschiedener Vorwissen-Prädiktoren wird gezeigt, dass die visuell-räumlichen und zentral-exekutiven Arbeitsgedächtnisleistungen ähnlich stark in die Rechenleistung eingehen wie die räumliche Intelligenz. Zudem weist die Studie nach, dass die allgemein-kognitiven Prädiktoren - vor allem, wenn sie „vorwissensnah mit Zahlenmaterial erfasst werden" – helfen können mathematische Lernschwächen zu erkennen.

Mit den drei Komponenten „Zählen und Abzählen", „Anzahlen Erfassen" und „Anwenden von Zahlen-Vorwissen" des Zahlen-Vorwissens und unter Einbezug relevanter allgemein-kognitiver Fähigkeiten lässt sich bei Kindern im Vorschulalter mit hoher Sensitivität eine Rechenschwäche vorhersagen. Hierdurch können Risikokinder gut identifiziert werden, weshalb Dornheim frühdiagnostische Maßnahmen während des Vorschuljahres fordert. Die Studie zeigt weiterhin, dass „nonverbal visuell-räumliche und sprachliche Repräsentationen von Anfang an mit der Entwicklung des Zahlkonzepts zusammenhängen" (Dornheim, 2008). Bei einer vorschulischen Förderung müssen folglich beide Repräsentationsformate verknüpft werden, um ein Verständnis für das Zahlkonzept aufzubauen.

<u>Zusammenfassung und Vergleich der vorgestellten Längsschnittstudien</u>

Nahezu zeitgleich wurden die drei in diesem Abschnitt vorgestellten Längsschnittstudien durchgeführt. Sie schließen eine große Forschungslücke hinsichtlich der Vorhersage von Rechenleistungen in der Grundschule. Übereinstimmend wird festgestellt, dass mathematikspezifische Vorläuferfähigkeiten vor oder zum Zeitpunkt der Einschulung die Rechenleistungen besser vorhersagen als unspezifische Fähigkeiten. Damit zeigt sich, dass auch im mathematischen Bereich kumulativen Entwicklungsmuster existieren, also neues Wissen auf vorhandenem Wissen aufbaut (Dornheim, 2008).

Die Längsschnittstudie von Kaufmann umfasst den Zeitrahmen der ersten zwei Grundschuljahre. Die Studien von Krajewski und Dornheim starten schon im letzten Kindergartenjahr und schließen ebenfalls mit dem Ende der zweiten Klasse. Der Wechsel vom Kindergarten in die Grundschule könnte auch ihre etwas höheren Ausfallraten erklären. Trotz ihres gleichen Ziels – der Identifikation von Prädiktoren der Rechenleistung – unterscheiden sich die Studien hinsichtlich ihrer gesetzten Schwerpunkte.

Mit ihrer Längsschnittuntersuchung weist Kaufmann Zusammenhänge zwischen arithmetischen Vorkenntnissen und visuellen Fähigkeiten zu Beginn des ersten Schuljahres nach. Für die arithmetischen Leistungen am Ende der zweiten Klasse hatten die frühen visuellen Fähigkeiten zu Schulbeginn an Bedeutung verloren (wenngleich sie diese noch beeinflussten), die arithmetischen Vorkenntnisse erwiesen sich als stärkster Prädiktor.
Krajewski bestätigt die Vermutung, dass Vorschulkinder bereits über ein beträchtliches Mengen- und Zahlen-Vorwissen verfügen. Krajewskis und Dornheims Studien weisen den großen Einfluss des vorschulischen Zahlenwissens auf die Mathematikleistung Ende der ersten und zweiten Klasse nach. Krajewskis Nachfolgestudie zeigt, dass das vorschulische Mengen- und Zahlenwissen sogar bis zum Ende der Grundschule starken Einfluss auf die Mathematikleistungen hat. Kaufmann, Krajewski und Dornheim stellten fest, dass sich Risikokinder für eine spätere Rechenschwäche vor bzw. bei Schuleintritt identifizieren lassen. Dadurch können die Studien außerdem dem Anliegen, Forschungsbefunde durch Replikationen abzusichern, Rechnung tragen. Dornheims Studie zeigte, dass allgemein-kognitive Prädiktoren, welche „vorwissensnah mit Zahlenmaterial" erhoben werden, einen zusätzlichen Beitrag leisten dieses Risiko festzustellen.

Die aus den Längsschnittstudien abgeleiteten Forderungen ähneln sich stark: Kaufmann fordert bei allen Schulanfängern die arithmetischen und visuellen Fähigkeiten zu überprüfen und gegebenenfalls sofortige Fördermaßnahmen einzuleiten. Sie zieht weiterhin eine Diagnostik im letzten Kindergartenjahr inklusive einer vorschulischen Förderung in Betracht. Dieser Vorschlag wird von Krajewski und Dornheim unterstützt. Krajewski empfiehlt eine Testung Mitte des letzten Kindergartenjahres auf das Mengen- und Zahlenvorwissen der Kinder. Als präventive Maßnahme sollte den Kindern „im spielerischen Umgang ein Verständnis für die Verknüpfung der Zahlen und der Zahlwortreihe mit den korrespondierenden Mengen vermittelt werden" (Krajewski, 2008). Dornheim fordert im letzten Kindergartenjahr das Zahlenvorwissen zu testen, um Risikokinder für eine spätere Rechenschwäche zu identifizieren. Um diesen Risikokindern einen guten Schulstart zu ermöglichen, empfiehlt sie die „Chancen für frühe mathematische Bildung im Vorschulalter zu nutzen" (Dornheim, 2008).

Hierfür ist es ermutigend, dass Kaufmann mit ihrer Interventionsstudie zeigen konnte, dass durch die Förderung der schwächsten Kinder deren Anschluss an das Niveau der Klasse erreicht werden kann.

2 Mathematische Frühförderung

Das zweite Kapitel behandelt die mathematische Förderung in Kindertagesstätten. Für die Forschung an diesem Thema ist insbesondere interdisziplinäres Arbeiten zwischen den Disziplinen Mathematik und Pädagogik notwendig:

Zunächst gibt das Fach Mathematik die Inhaltsbereiche vor. Diese werden im ersten Unterkapitel vorgestellt, wobei wie im Primarbereich zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen und inhaltsbezogenen Kompetenzen unterschieden wird. Weiterhin sind auch die Fachbegriffe für die Inhaltsbereiche aus der Mathematikdidaktik der Primarstufe übernommen worden, wobei selbstverständlich die Schwerpunkte und Inhalte verschieden sind. Das zweite Unterkapitel gewährt Einblick in die Bildungspläne der einzelnen Bundesländer, wodurch der (politisch) gewünschte Zustand der mathematischen Förderung in Kindergärten deutlich wird. Da durch eine genaue Diagnostik Fördermaßnahmen passend zu den Stärken und Schwächen der Kinder ausgewählt werden können, beschäftigt sich das Unterkapitel 2.3 mit der Erhebung mathematischer Basiskompetenzen. Es werden zunächst die Grundlagen der Diagnostik erörtert, bevor im zweiten Abschnitt Verfahren zur Erfassung präsentiert werden. Das vierte Unterkapitel behandelt schließlich das Kernthema des zweiten Kapitels: Fördermaßnahmen in Kindergärten. Dabei wird zunächst aus pädagogischer Sicht die Förderung allgemein anhand von fünf Prinzipien beleuchtet. Im zweiten Abschnitt wird erklärt, was bei mathematischer Förderung speziell zu beachten ist. Durch Beispiele von Förderprogrammen, welche derzeit in Kindergärten häufig verwendet werden, wird ein enger Bezug zwischen Theorie und Praxis hergestellt.

2.1 Inhaltsbereiche mathematischer Frühförderung

Entsprechend den Bildungsstandards für Mathematik im Primarbereich (Kultusministerkonferenz, 2004) wird zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen unterschieden. Diese Kompetenzen sind charakteristisch für das Mathematiklernen und untrennbar miteinander verbunden (ebd.).

2.1.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen aus den fünf Bereiche Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren und Darstellen sind von „zentraler Bedeutung" für das Mathematiklernen in der Grundschule (Kultusministerkonferenz, 2004). Diese Bereiche werden nun jeweils kurz charakterisiert, um ihre Bedeutung für den Elementarbereich aufzuzeigen.

Problemlösen

Das Problemlösen ist eine Strategie, um von dem momentanen Zustand in einen gewünschten Zustand zu kommen. Die Lösungsstrategien sind natürlich vielfältig. Die elementarste Strategie ist das reine Ausprobieren (trial and error). In der Regel steht dem

Lösen jedoch ein Denkprozess voran und es setzt auf den Erfahrungen auf. Schon im Kindergartenalter können Zusammenhänge erkannt, genutzt und auf ähnliche neue Probleme übertragen werden.

Kommunizieren

Kommunikation lässt sich definieren als eine Sozialhandlung, an welcher mindestens zwei Menschen teilnehmen. Sie dient dem Austausch von Informationen und ist somit ein Hilfsmittel zur Problemlösung. Kommunizieren ist eine Kompetenz, die im Kindergarten natürlich geübt werden muss und fächerübergreifend benötigt wird. Für mathematische Prozesse ist es notwendig, dass die Kinder ihre Vorgehensweisen zu beschreiben lernen und die Lösungen anderen Kindern erklären können. Erst die Sprache ermöglicht den Kindern gemeinsam ein Problem zu lösen.

Argumentieren

Das Ziel des Argumentierens ist es Behauptungen zu belegen oder zu widerlegen. Schon im Kindergartenalter können Aussagen hinterfragt und auf Korrektheit überprüft, Zusammenhänge erkannt, Vermutungen aufgestellt, überprüft und eventuell revidiert werden. Schließlich können Begründungen gefunden, nachvollzogen und hinterfragt werden. Ein besonderes Augenmerk sollte auf die korrekte Benutzung von relational-kausal Präpositionen wie „wenn…dann“, „außer“, „weder…noch“ gelegt werden.

Modellieren

Ein Modell bildet die Realität – in vereinfachter und verkürzter Form – ab, ohne für die Aufgabenstellung wesentliche Punkte zu vernachlässigen (Idealfall). Im Kindergarten spielt das Modellieren eine eher nebensächliche Rolle (Kaufmann, 2010, S. 60), die nötigen Vorläuferfähigkeiten (wie das Herausfiltern relevanter Informationen aus einem größeren Kontext) sollten aber bereits vor Schulbeginn geübt werden.

Darstellen

Darstellungen bringen Lösungen von Problemen anderen Personen nahe. Im Kindergarten kann bereits „das Darstellen von Sachverhalten, das Vergleichen von Darstellungen, die Übertragung von einer Darstellung in eine andere“ (Kaufmann, 2010, S. 61) geübt werden. Diese Darstellungen können natürlich nicht abstrakt sein und müssen sich nicht an Konventionen halten.

2.1.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Dieses Kapitel behandelt überblicksartig die im Kindergartenalter im Vordergrund stehenden mathematischen Themenschwerpunkte[32]. Die in den Unterkapiteln 2.3 und 2.4 angesprochenen Tests und Förderprogramme decken einzeln nicht alle im Folgenden genannten Kompetenzen ab, sondern fokussieren auf Bereiche, die sie als besonders wichtig für die mathematische Entwicklung im Kindesalter identifizieren (Quaiser-Pohl, Köhler, & Rohe, 2010).

---

[32] Die in diesem Abschnitt aufgezählten Themenschwerpunkte orientieren sich grob an dem – in dieser Arbeit zu evaluierendem - Förderprogramm „Elementar“ (Kaufmann & Lorenz, 2009). Sie wurden jedoch abgeändert und ergänzt.

Im Primarbereich ist es sowohl national[33] (Kultusministerkonferenz, 2004) als auch international[34] üblich die mathematischen Inhaltsbereiche in Zahl und Operation, Raum und Form, Muster und Struktur, Größen und Messen sowie Datenanalyse zu gliedern. Diese Aufteilung wird für den Elementarbereich übernommen, um einen großen Bruch zwischen Elementar- und Primarbereich zu vermeiden.

Mengen, Zahlen und Operationen

1. **Zählen, Abzählen und Zahlen**

Zählen: Die Kinder lernen die Zahlwortreihe und sind mit Abschluss des Kindergartenalters in der Lage, diese sowohl vorwärts als auch rückwärts, in Zweierschritten und von jeder beliebigen Zahl ausgehend wiederzugeben (vgl. „Lernen der Zahlwortreihe“ in Abschnitt 1.3.3).

Abzählen: Die Kinder lernen geordnete Gegenstände unter Berücksichtigung der Zählprinzipien (vgl. „Zählprinzipien“ in Abschnitt 1.3.3) zu zählen. Ungeordnete Gegenstände lernen sie ohne Berührung zu zählen oder zu sortieren. Weiterhin lernen sie effiziente Zählstrategien wie abkürzendes Zählen (vgl. „Phasen der Entwicklung der Zählfertigkeit“ in Abschnitt 1.3.3).

Zahlen: Die Kinder lernen Zahlen in Form von Maßzahlen (Beispiel: zwei Meter), Ordnungszahlen (Beispiel: der Zweite) und Code-Zahlen (Beispiel: Hausnummer) kennen (Steinweg, 2008).

2. **Mengen erfassen und darstellen**

Wie in Abschnitt 1.3.1 beschrieben, verfügen Menschen über die angeborene Fähigkeit der Simultanerfassung kleiner Mengen. Um größere Mengen zu erfassen, müssen Kinder die Mengen so zu zerlegen lernen, dass die Teilmengen simultan erfasst bzw. bekannte Strukturen genutzt werden können (Quasi-Simultanerfassung). Auf der anderen Seite lernen Kinder Mengen selbst auf verschiedene Arten (beispielsweise durch Bewegungen) darzustellen (Kaufmann, 2010).

3. **Zahlendarstellungen**

Die Kinder lernen Würfelbilder und Fingerbilder zu erkennen und zu benutzen. Das Erlernen der Zahlsymbole ist zwar vordergründig Aufgabe der Schule, dennoch kann das Lesen und Schreiben von Zahlen auch bereits im Kindergarten thematisiert werden (Kaufmann, 2010).

4. **Zahlbeziehungen und Zahlvergleich**

---

[33] Der baden-württembergische Bildungsplan für die Grundschule (Ministerium für Kultus, 2004) beispielsweise nennt folgende Leitideen, an denen sich die „Kompetenzen und Inhalte im (…) gesamten Mathematikunterricht“ orientieren: Leitidee Zahl; Leitidee Messen und Größen; Leitidee Raum und Ebene; Leitidee Muster und Strukturen; Leitidee Daten und Sachsituationen.

[34]Clements und Sarama (2004, 3ff) vom National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) unterteilen die mathematische Förderung in fünf Inhaltsbereiche: Zahlen und Operationen (Zählen, Vergleichen, Gruppieren, Verbinden, Aufteilen, Zusammensetzen), Geometrie (Formen, Transformation und Symmetrie, Visualisierung und räumliche Orientierung), Lage und Richtung), Messen (Einheiten, Techniken und Werkzeuge), Algebra (beginnt mit Suche nach Mustern), Datenanalyse (Klassifizieren, Organisieren, Repräsentieren, Informationen benutzen, um Fragen zu stellen und zu beantworten).

Durch Eins-zu-Eins-Zuordnung lernen Kinder zwei Mengen zu vergleichen. Im nächsten Schritt lernen sie ohne zu zählen zu sagen, wie groß die Menge ist, wenn ein Objekt hinzukommt oder weggenommen wird (Steinweg, 2008). Für das Vergleichen werden sprachliche Begriffe wie mehr, weniger, gleich viel, genug, doppelt so viele benötigt (Kaufmann, 2010).

5. Zahlzerlegung und Zahlverknüpfung

Die Kinder entwickeln ein Teil-Ganzes-Verständnis für Zahlen und erkennen das Prinzip der Zahlzerlegung. Sie lernen Addition als Hinzugeben und Subtraktion als Wegnehmen kennen und können damit erste einfache Rechenaufgaben durchführen (vgl. Kompetenzebene 3 im Entwicklungsmodell von Krajewski und Stufe 5 im Entwicklungsmodell von Fritz & Ricken in Abschnitt 1.3.4). Die Rechenaufgaben werden zunächst an konkretem Material im Kontext (beispielsweise: zwei Bären und drei Bären sind zusammen fünf Bären) durchgeführt.

Raum und Form

1. Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen

Die Kinder lernen Flächen (Dreieck, Viereck, Rechteck, Quadrat, Fünfeck…) und Körper (Kugel, Würfel, Kegel, Pyramide…) zu benennen, sowie ihre Formen (spitz, eckig, rund, flach) und Eigenschaften (rollen, gut stapelbar…) zu beschreiben (vgl. Abschnitt 1.2.2). Es können Fragen wie „warum gibt es kein Zweieck?" besprochen und die Beziehung zwischen Klassen (beispielsweise ein Quadrat als besonderes Viereck) thematisiert werden. Schließlich lernen die Kinder einfache geometrische Figuren durch Zeichnungen zu visualisieren (vgl. Abschnitt 1.2.3).

2. Flächen und Körper legen und bauen

Die Kinder lernen nach Vorgabe (konkrete Modelle auch in anderer Größe, verbale Beschreibungen, Bildvorlage) zu bauen und verstehen insbesondere, dass nicht alle Steine in Bauwerken sichtbar sind (Kaufmann, 2010, S. 93). Weiterhin erkennen sie, dass sich manchmal aus vorgegebenen Figuren neue geometrische Figuren zusammenlegen lassen (zwei Dreiecke ergeben ein Viereck).

3. Raumorientierung

Die Fähigkeiten der Visuellen Wahrnehmung, unterteilt in die visuomotorische Koordination, die Figur-Grund-Unterscheidung, die Wahrnehmungskonstanz und die Räumliche Orientierung (vgl. Abschnitt 1.2.1), entwickeln[35] sich (weiter). Dafür sind Bewegungserfahrungen (Grobmotorik) ebenso notwendig wie der Umgang mit Papier, Stift und Schere (Feinmotorik) (Hasemann, 2007).

Auch die Räumliche Vorstellung kann im Kindergarten gefördert werden. Sie lässt sich beispielsweise durch das Lesen und Erstellen von Wegplänen, bei denen zweidimensionale Abbildung in Gedanken in dreidimensionalen Raum zu transformieren sind, unterstützen

[35] Zwei verschiedene Theorien besagen, dass Entwicklung eine reifungsbedingte (d.h. organisch-biologische) Veränderung ist oder im Wesentlichen aus Lernen besteht (Flammer, 2009, S. 19). Bezüglich der Wahrnehmung ist die Reifung nicht zu vernachlässigen, weshalb hier - im Gegensatz zu den vorherigen Abschnitten - der Begriff „Entwicklung" als Überbegriff für Reifen und Lernen verwendet wird.

(Kaufmann, 2010, S. 78). Steinweg (Steinweg, 2008, S. 151) schlägt die Verwendung von Schatzkarten vor, da sie einen besonderen Reiz auf Kinder ausüben.

Außerdem lernen die Kinder räumliche Begriffe der Richtung (vorwärts-rückwärts, seitwärts, oben-unten, vorne-hinten, rechts-links), der Raumausdehnung (klein-groß, hoch-tief, schmal-breit, kurz-lang), der Raumwege (gerade, kurvig, um die Ecke) und der Raumlage (vor-hinter, über-unter, neben, zwischen, rechts-links) kennen und verwenden.

Die enge „Verwobenheit mit den sprachlichen Fähigkeiten" erschwert die Erfassung der mathematischen Fähigkeiten im diesem Inhaltsbereich, denn oft ist unklar, ob es sich um ein Wahrnehmungs- oder Sprachproblem handelt (Lorenz, 2012, S. 117).

4. **Symmetrie**

Im Kindergarten spielt vor allem die Achsensymmetrie (im Gegensatz zur Punktsymmetrie) eine Rolle (Kaufmann, 2010, S. 105). Die Kinder lernen mit dem Spiegel Gegenstände zu spiegeln, Spiegelbilder zu vergleichen und deren Spiegelachse zu finden. Des Weiteren nehmen sie den Spiegel als Möglichkeit zum Verdoppeln wahr. Schließlich können sie „untersuchen, was sich bei einer Spiegelung ändert (die Orientierung) und was konstant bleibt (Größe, Form)" (Lorenz, 2012, S. 125).

Muster und Strukturen

1. **Gesetzmäßigkeiten erkennen, fortsetzen und erfinden**

Kinder lernen verschiedene Muster (visuell: arithmetisch und geometrisch, akustisch, motorisch: Bewegungsmuster) kennen, sie lernen sie zu beschreiben und fortzusetzen (Hellmich & Jansen, 2008). Außerdem lernen sie Fehler in Mustern zu erkennen und zu beschreiben. Das Erkennen und Herstellen strukturgleicher Muster (beispielsweise das Zahlmuster 112112 entspricht dem Farbmuster rot-rot-blau-rot-rot-blau oder dem Rhythmus-Muster kurz-kurz-lang-kurz-kurz-lang) gelingt den Kindern meist erst nach ausführlicher Thematisierung (Kaufmann, 2010, S. 74).

2. **Sortieren und Klassifizieren**

Die Kinder entwickeln ihre Fähigkeit Kategorien zu finden und zu füllen weiter und lernen verschiedene Kriterien (Farbe, Größe, Material, Form, im Haus - draußen, mag ich - mag ich nicht) kennen, nach denen sortiert werden kann. Eine besondere Herausforderung ist die multiple Klassifikation, bei der mehrere Merkmale berücksichtigt werden müssen (Kaufmann, 2010, S. 68).

Größen und Messen

1. **Größen vergleichen, messen und schätzen**

Die Kinder lernen Objekte paarweise zu vergleichen (groß-klein, dick-dünn, schwer-leicht, hell-dunkel…) und erkennen, dass das Messen unabhängig vom Objekt ist (z.B. kann ein Kind genau so groß sein wie ein Stock…). Besonders interessant ist es für Kinder die Größe von Objekten zu schätzen mit anschließendem Messen („was ist mehr?") oder anschließendem Ausprobieren (z.B. passende Aufbewahrungsgefäße finden). Das Abschätzen von Mengen ist für die Kinder jedoch schwierig, da hierfür eine Zahlvorstellung erforderlich ist (Kaufmann, 2010, S. 122).

Jüngeren Kindern ist das logische Konzept der Mengeninvarianz noch nicht bewusst (vgl. Piagets Erhaltungsaufgabe in Unterkapitel 1.1). Dieses Defizit hat mehrere Gründe: Die Kinder zentrieren die Aufmerksamkeit nur auf die auffällige Dimension, sie reagieren nur auf das Erscheinungsbild, konzentrieren sich auf den statischen Zustand und können nicht verstehen, dass ihre eigene Perspektive irreführend sein kann (Siegler, DeLoache, & Eisenberg, 2008, S. 194). Erst zum Ende der Kindergartenzeit beginnen Kinder „logisch über konkrete Eigenschaften der Welt nachzudenken“ (ebd., S.193).

Um Mengen vergleichen zu können, müssen die Kinder Komparative wie „schwerer als“ und Superlative wie „der Größte“ verstehen und benutzen lernen.

2. Standardeinheiten und Messgeräte kennenlernen

Den Kindern begegnen Fachbegriffe für Standardeinheiten wie Jahre, Stunden, Minuten, Meter, Kilometer und Liter, in dem die Erzieherin sie passend verwendet. Außerdem probieren die Kinder Messgeräte wie Zollstock, Maßband, Waage und Uhr aus (Steinweg, 2008).

3. Zeit (als besonderes Maß)

Die Kinder lernen die Zeit als besonderes Maß kennen, da es eng mit dem Zeitgefühl verknüpft ist. Das Zeitgefühl ist situations- und stimmungsabhängig, weswegen eine Stunde gefühlsmäßig ewig lang dauern oder schnell vorbeigehen kann (Kaufmann, 2010, S. 116). Eine weitere Schwierigkeit ist, dass Zeit sich nicht am Dezimalsystem orientiert, sondern die „12er-Systematik für Stunden und Monate, die 60er-Taktung für Minuten und Sekunden, die 7er-Bündelung für die Wochentage“ benötigt wird (Lorenz, 2012, S. 143). In der frühen Kindheit lernen Kinder die Reihenfolge von zeitlichen Abläufen (beispielsweise den Tagesablauf) und besondere Ereignisse wie Weihnachten oder den eigenen Geburtstag kennen. Um über die Zeit zu sprechen, müssen sie Präpositionen wie früher, zuerst, danach, vorher verstehen und anwenden können.

Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

1. Daten erfassen, darstellen

Die Kinder lernen zwei Möglichkeiten der Datenerfassung kennen: Experimente (beispielsweise die Häufigkeit von Würfelergebnissen) und „Umfragen“ („Wer möchte Kuchen essen?“, „Magst du Karotten?“…). Sie erfahren, dass die Ergebnisse auf verschiedene Arten (beispielsweise durch Strichlisten) dargestellt werden können. Dazu lernen sie Wörter wie die meisten, die wenigsten, gleich viele, fast alle, manche oder keiner kennen und präzise zu verwenden.

2. Wahrscheinlichkeiten einschätzen

Das Verständnis von Kindern über die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen (wie beispielsweise „morgen geht die Sonne auf“) ist intuitiv (Lorenz, 2012, S. 147). Auch wenn „der Zufall und die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses“ für Kindergartenkinder ein schwieriges Thema ist, da es oft als schicksalhaft oder animistisch interpretiert wird, ist die Beschäftigung mit ihm notwendig (Steinweg, 2008). Insbesondere sollten Kinder lernen, dass Ereignisse unterschiedlich wahrscheinlich sind: Sichere Ereignisse treten auf jeden Fall ein, andere Ereignisse möglicherweise, unwahrscheinliche Ereignisse können auch eintreten, unmögliche Ereignisse jedoch nicht (Lorenz, 2012, S. 147). Grundbegriffe wie sicher, unmöglich und möglich werden hierfür benötigt.

3. **Kombinatorische Aufgaben**

Kombinatorische Aufgaben können die Kinder anhand konkreter Materialhandlungen oder in Geschichten verpackt („Es gibt Schokoladen- und Erdbeereis. Jan darf sich zwei Kugeln Eis aussuchen. Er nimmt zwei Kugeln Schokoladeneis. Welche Möglichkeiten hätte er noch?“) kennenlernen.

2.2 Mathematische Frühförderung in Bildungsplänen

Jedes der 16 Bundesländer Deutschlands erstellt seinen eigenen Bildungsplan[36] auf Grundlage eines gemeinsam erfassten Rahmens (Jugendministerkonferenz, 2004). Die Länder bestimmen dabei den Altersbereich, für den diese Pläne gelten[37]. Diese Bildungspläne[38] benennen die „Förderbereiche für das zu realisierende Bildungsangebot“ und konkretisieren so den Bildungsauftrag (ebd.). Aufgrund unterschiedlich gesetzter Schwerpunkte und erheblicher Differenzen im Umfang der Bildungspläne sind die dort enthaltenen Ausführungen zur mathematischen Bildung sehr heterogen.

Der Stellenwert der Mathematik in den einzelnen Bildungsplänen

Alle Bildungspläne sprechen der Mathematik eine wichtige Rolle in der Gesellschaft zu, es werden aber verschiedene Gründe genannt. In mehreren Bildungsplänen [2,7,9,12,13,16] wird die Bedeutung der Mathematik im Alltag betont, der sächsische Bildungsplan spricht beispielsweise von Mathematik als einem notwendigen Hilfsmittel und der hessische Bildungsplan bezeichnet eine Orientierung im Alltag ohne mathematisches Grundverständnis sogar als nicht möglich. Ein zweiter - mehrmals [3,6,8,12,13,14,15,16] genannter - Grund ist, dass Mathematik als Hilfe zur Strukturierung der Welt, zum Verständnis von Zusammenhängen in der Welt, zur Erklärung einzelner Phänomene und ihrer Verallgemeinerungen dient. Als dritter Grund [2,3,6,7,12,13] wird die Bedeutung der Mathematik in der Arbeitswelt betont, beispielsweise bezeichnet der bayerische Bildungsplan mathematisches Denken als „Basis

[36] Um im Folgenden den Text übersichtlicher zu gestalten werden die Bildungspläne (in alphabetischer Reihenfolge) nummeriert: 1. Orientierungsplan für Bildung und Erziehung in baden-württembergischen Kindergärten und weiteren Tageseinrichtungen, 2. Der Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder in Tageseinrichtungen bis zur Einschulung, 3. Das Berliner Bildungsprogramm für die Bildung, Erziehung und Betreuung von Kindern in Tageseinrichtungen bis zu ihrem Schuleintritt, 4. Grundsätze elementarer Bildung in Einrichtungen der Kindertagesbetreuung im Land Brandenburg, 5. Rahmenplan für Bildung und Erziehung im Elementarbereich – Bremen, 6. Hamburger Bildungsempfehlung für die Bildung und Erziehung von Kindern in Tageseinrichtungen, 7. Bildung von Anfang an. Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder von 0 bis 10 Jahren in Hessen, 8. Bildungskonzeption für 0- bis 10-jährige Kinder in Mecklenburg-Vorpommern zur Arbeit in Kindertageseinrichtungen und Kindertagespflege, 9. Orientierungsplan für Bildung und Erziehung im Elementarbereich niedersächsischer Tageseinrichtungen für Kinder, 10. Bildungsvereinbarung NRW. Fundament stärken und erfolgreich starten, 11. Bildungs- und Erziehungsempfehlung für Kindertageseinrichtungen in Rheinland-Pfalz, 12. Bildungsprogramm für saarländische Kindergärten, 13. Der sächsische Bildungsplan – ein Leitfaden für pädagogische Fachkräfte in Krippen, Kindergärten und Horten sowie für Kindertagespflege, 14. Bildungsprogramm für Kindertageseinrichtungen in Sachsen-Anhalt. Bildung: elementar – Bildung von Anfang an, 15. Erfolgreich starten – Leitlinien zum Bildungsauftrag von Kindertageseinrichtungen in Schleswig-Holstein, 16. Thüringer Bildungsplan für Kinder bis 10 Jahre

[37] Diese Bildungspläne zur frühen Bildung umfassen je nach Bundesland verschiedene Altersgruppen: Einige Pläne konzentrieren sich auf Kinder bis zum Schuleintritt, andere umfassen die Altersspanne von 0 bis 10 Jahren.

[38] Im Folgenden werden diese Pläne als Bildungspläne bezeichnet, auch wenn sie verschiedene Namen wie Bildungsprogramm, Rahmenplan, Orientierungsplan… tragen.

für lebenslanges Lernen sowie Grundlage für Erkenntnisse in fast jeder Wissenschaft, der Technik und der Wirtschaft". Schließlich erwähnen einige Bildungspläne [3,6,8,11] den kulturell-historischen Aspekt von Mathematik.

In allen Bildungsplänen herrscht Konsens, dass mathematische Bildung im Elementarbereich beginnen muss. So steht im hessischen Bildungsplan, dass „vor dem Hintergrund gegenwärtiger entwicklungspsychologischer Erkenntnisse (…) eine früh einsetzende mathematische Förderung erstrebenswert" sei und der bayerische Bildungsplan verweist darauf, dass „das spätere Verhältnis der Kinder zur Mathematik" durch die „frühen mathematischen Lernerfahrungen" bestimmt werde.

Mathematische Inhalte

Die Frage, was Mathematik beinhaltet, wird in den Bildungsplänen teilweise sehr verschieden beantwortet. Exemplarisch sollen hier nur zwei Vorstellungen von Mathematik präsentiert werden: Der thüringische Bildungsplan definiert Mathematik als „die Sprache für Muster und Problemlösungen", wobei er unter Mustern sowohl „sichtbare Muster" als auch „abstrakte Strukturen" versteht. Hingegen empfiehlt der Baden-Württembergische Bildungsplan, dass Kinder, die „Welt der Mathematik als Welt der Figuren und Zahlen mit ihren Eigenschaften und Mustern entdecken" sollen.

Gemeinsame Grundlage der Beschreibung von Mathematik in allen Bildungsplänen ist die Auflistung von Situationen, in denen mathematische Elemente vorkommen (beispielsweise im baden-württembergischen Bildungsplan: „Sortieren von Buntstiften und Bauklötzen (…) Fingerspielen, Abzählreimen, Singspielen und Zahlenliedern").

Die Bildungspläne einiger Länder ergänzen die Beschreibung durch das Zuordnen von Aktivitäten zu Inhaltsbereichen: Der Sächsische Bildungsplan unterteilt – aufbauend auf dem Leitbegriff Ordnen – folgende vier Bereiche: „Entdecken von Regelmäßigkeiten", „Entwicklung eines Zahlverständnisses", „Messen, Wiegen und Vergleichen" und die „Vorstellung über Geometrie". Der Bildungsplan aus Mecklenburg-Vorpommern unterteilt – in ähnlicher Weise - in die fünf Bereiche „Geometrie", „Mengen", „Zahlen", „Größen und Messen" und „Muster". Der Bildungsplan aus Schleswig-Holstein unterteilt in die fünf Bereiche „Muster, Strukturen und Symmetrien", „Sammeln, Vergleichen und Sortieren", „Messen und Wiegen", „Raum und Zeit" und „Lösungen von Aufgaben". Dabei gehören die ersten vier Bereiche zu den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen, während der letzte Bereich den allgemeinen mathematischen Kompetenzen zugeordnet wird. Die Bildungspläne aus Bayern und Hessen sind deutlich anders strukturiert: Sie unterteilen in den pränumerischen Bereich, den numerischen Bereich und den Bereich sprachlicher und symbolischer Ausdrücke.

Die Umsetzung im pädagogischen Alltag

Es herrscht Einigkeit, dass die Beschäftigung mit Mathematik im Kindergarten spielerisch stattfinden und „mathematische Bildung (…) an den Alltags- und Umwelterfahrungen der Kinder ansetzen" muss (hier zitiert aus dem sächsischen Bildungsplan). Der niedersächsische Bildungsplan spricht sogar von einer „konkret und sinnlich erfahrbaren Begegnung mit mathematischen Phänomenen".

In einigen Bildungsplänen [2,7,8,13] werden auch Querverbindungen zwischen Mathematik und weiteren Bereichen erwähnt. In erster Linie sind mathematische Kompetenzen untrennbar mit sprachlichen Kompetenzen verbunden, einfachstes Beispiel hierfür sind

Abzählreime. Eine weitere Verknüpfung kann mit Musik hergestellt werden: „Rhythmus, Taktgefühl und Notenlesen fördern logisches Denken. (…) Aufmerksamkeit, Konzentration und räumliches Denken werden durch das Musizieren und Musikhören unterstützt.“ (zitiert aus dem sächsischen Bildungsplan). Schließlich unterstützt Bewegung das Erlernen mathematischer Grundkompetenzen: Die „Lage im Raum und deren Gesetzmäßigkeiten lassen sich über Körpererfahrungen und Bewegung gut erleben und erlernen“ (zitiert aus dem sächsischen Bildungsplan).

Abschließend beschreiben einige Bildungspläne konkrete Fördersituationen [2,3,4,6,8,9,12,13,14,16] (beispielsweise „Bekanntmachen mit Zahlen und Symbolen in der für das Kind relevanten Wohnumgebung, wie Hausnummer, Telefonnummer, Stockwerk…“ im saarländischen Bildungsplan) und andere Bildungspläne [2,3,4,6,8,12,13,14,16] machen Vorschläge zum Material (beispielsweise „Messlatte für Körpergröße, Computer und ausgewählte Computerspiele, mathematisches Material von Montessori“ im saarländischen Bildungsplan). Der bayerische Bildungsplan schließt die Vorstellung von Förderprogrammen ein.

2.3 Erhebung mathematischer Basiskompetenzen

Durch eine genaue Diagnostik können passende Fördermaßnahmen ausgewählt und diese individuell auf das Kind abgestimmt werden. Nach einer allgemeinen Einführung in das Thema Diagnostik mit den Unterpunkten Leistung vs. Kompetenz, Anforderungen an den Inhalt, Anforderungen an die Aufgabenstellung, Gruppen- vs. Einzelerhebungen, Informelle Beobachtungen vs. standardisierte Tests und Konstruktion und Qualität von Tests in Abschnitt 2.3.1, werden in Abschnitt 2.3.2 verschiedene Verfahren zu Erhebung mathematischer Basiskompetenzen im Kindergarten vorgestellt.

2.3.1 Diagnostik

Ziel der Diagnostik ist es, Informationen über die Stärken und Schwächen des Kindes (den Ist-Zustand) zu gewinnen, die später für Prognose oder Interventionsprogramm relevant sind (Landerl & Kaufmann, 2008). Das heißt man möchte aufgrund der gewonnenen Informationen seine weiteren Entscheidungen und sein weiteres Handeln optimieren.

Die Diagnose (hier: die Erfassung der mathematischen Fähigkeiten) ist durch informelle Beobachtungen und/oder standardisierte Tests zu erreichen. An diese Verfahren werden gewisse Anforderungen bezüglich des Inhalts wie beispielsweise konzeptuell und testtheoretisch akzeptabel (Landerl & Kaufmann, 2008), der Aufgabenstellung und der Gütekriterien gestellt. Auf diese Anforderungen soll im Folgenden genauer eingegangen werden.

Vor der Durchführung jedes Erhebungsverfahrens sollte das Verhältnis von Aufwand und Nutzen überprüft werden. Es können – im Elementarbereich genau wie im Primarbereich - aus ökonomischen Gründen (Zeit und Geld) und ethischen Gesichtspunkten (Belastung des Kindes, Zumutbarkeit) nicht beliebig viele oder langdauernde Verfahren durchgeführt werden (Jacobs & Petermann, 2005). Daher sollte vorher genau überlegt werden, welche Verfahren wirklich sinnvoll und notwendig sind.

Leistung vs. Kompetenz

Leistungen lassen sich durch „das direkt beobachtbare Verhalten beim Bearbeiten einer definierbaren Klasse von Anforderungen“ messen (Hasselhorn, Marx, & Schneider, 2005). Das Messen von Kompetenzen, die eine Voraussetzung für Leistungen sind, ist deutlich schwieriger, da sie nicht direkt beobachtbar sind. Kompetenzen werden auch als Leistungspotenzial bezeichnet und man nimmt an, dass es sich dabei um ein relativ stabiles Persönlichkeitsmerkmal handelt (ebd.). Ihre Messung dient also dazu die Bandbreite möglicher (späterer) Leistungen (frühzeitig) festzustellen.

Anforderungen an den Inhalt

Das Erhebungsverfahren muss theoretisch anhand von Konzepten (neurowissenschaftlich, kognitionspsychologisch, fachdidaktisch) zu mathematischen Kompetenzen und Fähigkeiten entwickelt werden (Hasselhorn, Marx, & Schneider, 2005). An dieser Stelle muss auf das erste Kapitel verwiesen werden, in dem die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen dargestellt wird.

Anforderungen an die Aufgabenstellung

Einige Anforderungen an die Aufgabenstellung von Rechentests aus dem Primarbereich können für Verfahren zur Erfassung mathematischer Kompetenzen im Elementarbereich übernommen werden (Moser Opitz, 2009): Zunächst müssen die Aufgaben unabhängig von Darstellungsformen und Arbeitsmitteln sein, um einheitliche Voraussetzungen für die Probanden zu schaffen. Es dürfen weiterhin keine „visuellen oder sprachlichen Fähigkeiten“ vorausgesetzt werden, die von einigen Kindern noch nicht beherrscht werden, sodass „ihre mathematischen Kompetenzen unterschätzt werden“ (Lorenz, 2012, S. 92). Es sollte auch kontrolliert werden, ob die erbrachte Leistung damit zusammenhängt, dass Aufgaben von genau diesem Aufgabentyp von dem Kind sehr intensiv oder noch gar nicht bearbeitet wurden. Wie bei jedem Erhebungsverfahren muss außerdem darauf geachtet werden, dass die Darstellungen und Aufgabenstellungen unmissverständlich sind. Schließlich könnten möglicherweise „verschiedene Fehlstrategien erfasst werden“, indem die Aufgabenstellungen variieren (Lorenz, 2012, S. 91).

Gruppen- vs. Einzelverfahren

Während Gruppenverfahren durch ihre ökonomischen Qualitäten (v.a. die knappe Ressource Zeit) bestechen, haben Einzelverfahren folgende Vorteile: Die Kinder werden weniger abgelenkt und sind aufmerksamer, der Testleiter kann die Motivationslage besser beurteilen, mündliche Kompetenzen können erhoben werden und adaptive Vorgaben („Anzahl und Schweregrad der vorgegebenen Aufgaben kann individuell angepasst werden“) sind möglich (Landerl & Kaufmann, 2008).

Informelle Beobachtungen vs. standardisierte Tests

Informelle Beobachtungen (auch Standortbestimmungen genannt) sollen die Lernentwicklung des einzelnen Kindes dokumentieren und bei der Planung weiterer Aktivitäten helfen. Statt das Kind an Vergleichswerten (Normen) zu messen, dient das Kind selbst als Maßstab (intraindividueller Vergleich): Die Beobachtungen können regelmäßig wiederholt werden und somit kann das aktuelle Ergebnis mit den vorangegangenen Ergebnissen verglichen werden. Informelle Tests dienen außerdem der

Förderdiagnostik, deren Ziel die Optimierung pädagogischer Angebote anhand von Diagnostik ist (Moser Opitz, 2009).

Mithilfe standardisierter Tests können die Leistungen des Kindes mit der Bezugsgruppe (Normwerte) verglichen werden. Sie dienen insbesondere dazu auffällige Beobachtungen abzusichern.

Konstruktion und Qualität standardisierter Tests

Ein standardisierter Test muss relevanten Gütekriterien genügen, zu deren wichtigsten Vertretern Objektivität, Reliabilität und Validität gehören. Diese drei Kriterien bauen aufeinander auf: D.h. Reliabilität kann nur sinnvoll unter der Voraussetzung der Objektivität festgestellt werden und, um Validität sinnvoll zu überprüfen, sind die Kriterien Objektivität und Reliabilität notwendig. In Bezug auf die Objektivität stellt sich die Frage, ob das Testergebnis unabhängig von den Rahmenbedingungen der Testsituation (insbesondere unabhängig vom Testleiter und den räumlichen Bedingungen) zustande gekommen ist und ob weiterhin die Auswertung objektiv vorgenommen werden konnte. Eine gute Reliabilität bedeutet, dass bei Messwiederholungen ähnliche Ergebnisse erzielt würden. Validität ist ein Maß dafür, ob das Verfahren wirklich das gewünschte Merkmal gemessen hat.

Weiterhin, muss überprüft werden, in welchem Bereich der Test differenzieren soll. Möchte man beispielsweise präventiv gegen Rechenschwäche vorgehen, so sollte der Test vor allem im unteren Bereich differenzieren. Die einzelnen Aufgaben eines Tests sollen zudem trennscharf sein, d.h. sie sollen möglichst gut zwischen Personen mit niedriger und hoher Merkmalsausprägung trennen. Schließlich möchte man das Einzelergebnis einordnen und wünscht sich von dem Test eine gute Normierung mit einer großen und repräsentativen Stichprobe.

2.3.2 Verfahren zur Erhebung mathematischer Basiskompetenzen

In diesem Abschnitt sollen einige Verfahren zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter vorgestellt werden[39]. Der Fokus liegt an dieser Stelle auf den mathematischen Inhalten dieser Programme. Evaluationsstudien, die deren Wirksamkeit zeigen, werden daher hier nicht erwähnt. Obwohl die vorgestellten Testaufgaben sich nicht immer eindeutig den in Abschnitt 2.1.2 vorgestellten mathematischen Inhaltsbereichen zuordnen lassen, lässt sich feststellen, dass sich die meisten Programme auf den Bereich „Mengen, Zahlen und Operationen“ konzentrieren.

Die folgenden drei Tests (ZAREKI-K, MBK-0 und TEDI-MATH) überprüfen die numerischen Fähigkeiten der Kinder und dienen somit auch als Diagnoseinstrument, um eine spätere Rechenschwäche vorhersagen zu können. Während der ZAREKI-K speziell für Kinder im letzten Kindergartenjahr entwickelt wurde, können der MBK-0 und der TEDI-MATH bereits im vorletzten Kindergartenjahr eingesetzt werden:

Der Test ZAREKI-K (Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – Kindergartenversion) (von Aster, Bzufka, M.W., & Horn, 2009) ist für den Einsatz im letzten Kindergartenjahr (also für Kinder zwischen fünf und sechs

[39] Die Standortbestimmungen „Elementar 1“ und „Elementar 2“, welche zum Förderprogramm „Elementar “ (Kaufmann & Lorenz, 2009) gehören, werden in Unterkapitel 3.5 präsentiert.

Jahren) konzipiert worden. Er ermöglicht das Risiko einer späteren Rechenschwäche zu diagnostizieren und dieser mit geeigneten Frühfördermaßnahmen entgegen zu wirken. Der Test orientiert sich bezüglich theoretischer Annahmen und Testaufbau am ZAREKI (von Aster, 2001) und unterteilt sich in folgende 18 Subtests: 1. Schätzen, 2. Zahlenerhaltung, 3. Mengenbeurteilung kognitiv, 4. Vorwärtszählen, 5. Rückwärtszählen, 6. Zählen in 2er-Schritten, 7. Vorgänger/Nachfolger, 8. Abzählen, 9. Zahlenlesen, 10. Zahlenschreiben, 11. Zahlenvergleich mündlich, 12. Zahlenvergleich schriftlich, 13. Symbol-Mengen-Zuordnung, 14. Visuelles Rechnen, 15. Kopfrechnen, 16. Zahlenstrahl, 17. Zahlennachsprechen, 18. Textaufgaben. Der ZAREKI-K wird als Einzeltest durchgeführt und dauert durchschnittlich 30-40 Minuten.

Der MBK-0 (Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter)[40] von Krajewski ist als Test für Kinder zwischen vier und sechs Jahren konzipiert worden. Er orientiert sich am Ebenenmodell nach Krajewski[41] und soll „Aussagen über den Entwicklungsstand eines Kindes im Bereich mathematischer Vorläuferfertigkeiten geben können“ (Sinner, Ennemoser, & Krajewski, 2011). Auf Ebene 1 werden Kenntnisse der Zahlwortfolge (vorwärts und rückwärts zählen, Vorgänger und Nachfolger benennen) und Ziffernkenntnis (Zahlen 1 bis 20 in ungeordneter Reihenfolge benennen) getestet. Auf Ebene 2 werden Anzahlkonzept (Zahlen einer Anzahl zuordnen), Anzahlseriation (in einer Reihe von ansteigenden Punktezahlen die fehlende Punktzahl ergänzen), Mengenvergleich (erkennen, dass räumliche Ausdehnung bzw. Veränderung unabhängig von Anzahl bzw. deren Änderung ist) und Anzahlvergleich (wissen, welche Zahl ist größer ist) überprüft. Schließlich werden auf Ebene 3 Verständnis für Anzahldifferenzen (die Anzahldifferenz zweier Punktereihen angeben) und getestet und erste Rechenfertigkeiten (in Form einfacher Sachaufgaben teilweise anhand von konkretem Material) erfasst (Sinner, Ennemoser, & Krajewski, 2011). Der MBK-0 wird als Einzeltest durchgeführt und dauert ca. 30 Minuten.

Der französischsprachige Test TEDI-MATH (Test diagnostique des compétences de base en mathématiques) von van Nieuwenhoven, Grégooire und Noël ist für Kinder zwischen 4 Jahren (zweites Halbjahr des vorletzten Kindergartenjahres) und 8 Jahren (erstes Halbjahr der dritten Grundschulklasse) entwickelt worden. Die deutsche Version (Kaufmann, Nuerk, Graf, Krinzinger, Delazer, & Wilmes) wurde 2009 veröffentlicht und hat ebenfalls die frühe Erfassung numerischer und rechnerischer Fertigkeiten zum Ziel. Er spezifiziert vorwiegend im mittleren und unteren Leistungsbereich und kann folglich auch zur Diagnostik von Rechenschwäche verwendet werden (Landerl & Kaufmann, 2008). Je nach Alter des Kindes werden verschiedene Untertests (von insgesamt 28) durchgeführt. Für den Kindergartenbereich sind die Untertests „Zählprinzipien“, „Abzählen“, „Entscheidung arabische Zahl“, „Entscheidung Zahlwort“, „Ordnen nach numerischer Größe - Baummuster“, „Klassifizieren nach numerischer Größe“, „Rechnen mit Objektabbildungen“, „Addition“, „Approximativer Größenvergleich – Punktmengen“ vorgesehen. Im letzten halben Jahr vor Schuleintritt kommen noch die Untertests „Größenvergleich arabischer Zahlen“, „Numerische Konservation“, „Numerische Inklusion“, „Additive Zerlegung“, „Unvollständige Addition“, „Subtraktion“ und „Textaufgaben“ hinzu. Der TEDI-MATH wird als Einzeltest durchgeführt und dauert ca. 30 Minuten bzw. ca. 50 Minuten im letzten halben Kindergartenjahr. Die Durchführung der „Kernbatterie“ dauert ca. 20 bzw. ca. 35 Minuten.

[40] In Vorbereitung

[41] Vgl. Abschnitt 1.3.4

Die zwei im Folgenden vorgestellten Verfahren (EMBI und OTZ) haben ihren Schwerpunkt ebenfalls im Bereich „Mengen, Zahlen und Operationen“ (dies wird auch im Titel „Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung“ klar zum Ausdruck gebracht). Jedoch enthalten die Tests auch Aufgaben, die den Bereichen „Raum und Form“ (EMBI: räumliche Anordnung der Teddys), „Muster und Strukturen“ (Beispiel aus dem OTZ: Klassifizieren „Kann nicht fliegen“; Beispiel aus dem EMBI: Muster mit Teddys nachlegen) und „Größen und Messen“ (Beispiele aus dem OTZ: „Vergleichen „Pilz höher als Blume“ und nach Reihenfolge ordnen „Äpfel von groß nach klein“) zugeordnet werden. Der EMBI kann bei Kindern ab fünf Jahren, der OTZ bereits ab viereinhalb Jahren eingesetzt werden.

Das Elementarmathematische Basisinterview (EMBI) basiert auf diagnostischen Interviews die im Rahmen des australischen Early Numeracy Research Project (ENRP) verwendet wurden. Das Ziel war „die Erfassung der mathematischen Kompetenzen von Vor- und Grundschulkindern bis zum Ende der zweiten Klasse“ (also von Kindern zwischen fünf und acht Jahren) (Grüßing, 2006). Es umfasst die Bereiche „Einfaches Zählen“, „Vergleichen“, „Invarianz“, „Mathematisches Sprachverständnis“, „Muster“, „Ordinalzahlen“, „Subitizing“, „Zuordnung Zahlsymbole – Mengenbilder“, „Reihenfolge Zahlsymbole“, „Teil-Ganzes-Beziehung“, „Vorgänger/Nachfolger“, „Eins-zu-Eins-Zuordnen“ und „Nach Reihenfolge ordnen“ (Grüßing, 2006). Speziell für die fünfjährigen Kinder wurden in der Kindergartenversion des Elementarmathematische Basisinterview (EMBI) (Peter-Koop & Grüßing, 2011) Bereiche des EMBI zusammengestellt und verändert, die insbesondere mathematische Vorläuferfähigkeiten überprüfen und ebenso wie das Hauptinterview stark materialbasiert sind.

Der „Osnabrücker Test zur Zahlbegriffentwicklung (OTZ)“ (van Luit, van de Rijt, & Hasemann, 2001) ist die deutschsprachige Version des niederländischen „Utrechter Zahlbegriffstest (UGT)“. Er wurde entwickelt, um das Niveau in der Zahlbegriffsentwicklung von Kindern zwischen viereinhalb und sieben Jahren zu testen. Er unterteilt sich in die acht Inhaltsbereiche „Vergleichen“, „Klassifizieren“, „Eins-zu-Eins-Zuordnen“, „nach Reihenfolge ordnen“, „Zahlwörter benutzen“, „synchrones und verkürztes Zählen“, „resultatives Zählen“ und „Anwenden von Zahlenwissen“. Der OTZ wird als Einzeltest durchgeführt und dauert ca. 25 Minuten.

Weitere mathematische Bereiche lassen sich mit Entwicklungstests untersuchen, die nicht mathematikspezifisch sind wie beispielsweise „Frostigs Entwicklungstest zur visuellen Wahrnehmung (FEW)“ (Frostig & Lockowandt, 2000).

2.4 Fördermaßnahmen in Kindergärten

Allgemeine pädagogische Grundsätze in der Förderung stellen die Basis einer gelungenen mathematischen Frühförderung dar. Hierzu werden im ersten Abschnitt fünf allgemeine Prinzipien der Förderung in Kindertageseinrichtungen betrachtet. Die darauffolgenden zwei Abschnitte wenden sich speziell der mathematischen Frühförderung zu. Nach einer theoretischen Einführung, die insbesondere deren Integration in den Kindergartenalltag sowie ihre inhaltliche Gestaltung und pädagogische Umsetzung beleuchtet, werden in Abschnitt 2.4.3 Förderprogramme, mathematische Bilderbücher und Fachliteratur für Erzieherinnen vorgestellt.

2.4.1 Prinzipien der Förderung in Kindergärten

Kindergärten erfüllen neben dem Betreuungsanspruch der Eltern, welcher die Vereinbarkeit von Familie und Beruf ermöglicht, auch den Bildungsanspruch des Kindes, in dem sie die Kinder schon vor Beginn der Schule fördern. In diesem Abschnitt werden wichtige Kriterien für die Förderung im Elementarbereich in fünf Prinzipien zusammengefasst.

Prinzip der ganzheitlichen Förderung

In deutschen Kindergärten wird der Tag nicht – wie typischerweise an Schulen – in Fächer (Wissenschaftsdisziplinen) eingeteilt, sondern es wird versucht mehrere Förderbereiche gleichzeitig abzudecken. Somit durchdringen sich die Förderschwerpunkte gegenseitig und können verknüpft werden (Jugendministerkonferenz, 2004).

Prinzip der gerechten Förderung

„Alle Kinder gleich fördern“ kann zwei Bedeutungen haben (Kuger & Roßbach, 2010): Die Kinder werden gefördert bis sie ein vorab definiertes Ziel erreicht haben. Das würde bedeuten manche Kinder mehr als andere zu unterstützen. Die zweite Bedeutung ist jedem Kind Förderung im gleichem Umfang (in Zeit oder Geld gemessen) zukommen zu lassen. Dabei würden wahrscheinlich manche Kinder mehr als andere von der Förderung profitieren und sich die Unterschiede im Leistungsniveau eventuell noch vergrößern.

Beide Interpretationen sind in ihrer Reinform zwar auf eine spezielle Art „gerecht“, aber sicherlich nicht vernünftig. Dennoch ist es sinnvoll sich Gedanken über die zu erreichenden Mindestziele zu machen und weiter zu überlegen, in welcher Weise auch leistungsstarke Kinder gefördert werden können[42].

Prinzip der individuellen Förderung

Im „Gemeinsamen Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen“ (Jugendministerkonferenz, 2004) wird eine „spezifische Förderung von Kindern mit Entwicklungsrisiken“ und eine „Förderung von Kindern mit besonderer Begabung“ empfohlen. Das ist unbestritten wichtig. Doch wenn wir erkannt haben, dass wir besonders leistungsschwache und besonders leistungsstarke Kinder gezielt fördern müssen, ist dann nicht der nächste Schritt naheliegend: Es muss jedes Kind auf seinem Entwicklungsstand abgeholt werden und gefördert werden? Offensichtlich macht es keinen Sinn eine Normalverteilung über die Leistung der Kinder zu legen und dann nur die 2% (bzw. 15 %)[43] schwächsten oder stärksten Kinder zu fördern, denn diese Zahlen lassen sich nicht inhaltlich begründen.

Prinzip der Integration in den Kindergartenalltag

Besonders für die Frühförderung wird gefordert, dass die Kinder altersgemäß gefördert werden. Das heißt Inhalte der Schule dürfen nicht in den Kindergarten verlagert werden

[42] In der vorliegenden Studie wurden daher die Fortschritte der mathematisch schwächsten Kinder (viertes Quartil) und mathematisch stärksten Kinder (erstes Quartil) separat untersucht.

[43] Diese Zahlen werden häufig gewählt, da im Intervall der Abweichung $\pm\, \sigma$ vom Mittelwert 68,27% (bzw. im Intervall der Abweichung $\pm\, 2\, \sigma$ vom Mittelwert 95,45 %) aller Messwerte liegen. Entsprechendes gilt für die IQ-Werte und die Einteilung in Hoch-, Normal- und Schwachbegabte (Siegler, DeLoache, & Eisenberg, 2008, S. 417)

(Stern, 2004, S. 44), die Förderung muss spielerisch gestaltet sein und passend in den Kindergartenalltag integriert werden.

Des Weiteren stellt sich die Frage, ob die Kinder nur freiwillig an Angeboten des Kindergartens teilnehmen sollten oder es auch verpflichtende Aktivitäten geben müsste. Eine weit verbreitete Meinung ist, dass Kinder sich ihre Aktivitäten selbst aussuchen müssen, um dann mit großem Interesse zu spielen und zu lernen. Kaufmann (2010, S. 33) stellt jedoch fest, dass es manchmal nicht ausreicht Kindern eine „anregende Umgebung anzubieten", denn sie berichtet von Kinder, die „bei freier Auswahl die Beschäftigung mit Vertrautem vorziehen". Diese Kinder haben also auf sich alleine gestellt keine Möglichkeit die Vielfalt von interessanten Aktivitäten im Kindergarten kennenzulernen. Kaufmann kommt zu dem Schluss, dass es sinnvoll ist „zwischen freiwilligen (…) und verpflichtenden Angeboten zu variieren".

<u>Prinzip der kompetenzorientierten Förderung</u>

Gegenwärtig wird empfohlen, dass die pädagogische Arbeit an den Stärken des Kindes ansetzt: dem sogenannten „ressourcenorientierten Vorgehen" (Kuger & Roßbach, 2010, S. 36). Die Kompetenz des Kindes ist hier also der Ausgangspunkt des Lernprozesses und nicht seine Schwächen (Defizitorientierung). Um diesen Ansatz zu ermöglichen ist aber eine „gezielte Erfassung von Stärken und Schwächen" des Kindes notwendig (Kuger & Roßbach, 2010, S. 36).

2.4.2 Mathematische Frühförderung

In diesem Abschnitt wird zunächst beschrieben wie sich die mathematische Förderung in den Kindergartenalltag integrieren lässt und welche Förderangebote zur Verfügung stehen. Anschließend werden die speziellen Anforderungen an die inhaltliche Gestaltung und die pädagogische Umsetzung der mathematischen Frühförderung thematisiert.

<u>Integration von mathematischer Förderung in den Kindergartenalltag</u>

Im Kindergartenalltag finden sich viele Möglichkeiten Mathematik zu erleben und zu erfahren. Wenn die räumlichen Umgebung und der Tagesablauf (vgl. Forderungen von Clements und Sarama, 2004[44]) entsprechend gestaltet sind, ergeben sich täglich zahlreiche Situationen, an denen eine mathematische Förderung anknüpfen kann. Beispielsweise lässt sich das Decken des Tisches mit der Aufgabe, Geschirr und Besteck passend zuzuordnen, Teller abzuzählen oder mit unterschiedlich farbigen Servietten (vorgegebene) Muster zu legen, verbinden. Wenn Kinder mit diesen kleinen Aufgaben helfen dürfen, werden zugleich ihre sozialen Kompetenzen und ihr mathematisches Denken gefördert. Weiterhin kann die Erzieherin Situationen aus dem Kindergartenalltag aufgreifen, in dem sie den Kindern weiterführende Fragen stellt oder zurückgreifend auf die Situation neue Kontexte erklärt. Beim Turmbau mit Bausteinen kann die Erzieherin beispielsweise fragen, wie man den Turm messen könnte (Inhaltsbereich „Größen und Messen") oder, warum manche Steine aus einer gewissen Perspektive nicht gesehen werden können (Inhaltsbereich „Raum

[44] Clements und Sarama (Clements & Sarama, 2004) vom National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) geben ausführlichere Empfehlungen (17 recommendations) zur Förderung von Kindergartenkindern. Sie raten unter anderem, dass Verknüpfungen zwischen Mathematik und dem Alltagsleben der Kinder hergestellt werden (Vorschlag 3), Lehrstrategien variiert werden (Vorschlag 8) und die Erzieherin versucht die mathematischen Ideen und Strategien des Kindes zu verstehen und sie in seiner weiteren Planung berücksichtigt (Vorschlag 10).

und Form“). Im Rahmen des Themenfeldes „Jahreszeiten“ können zum Beispiel die Reihenfolge der Monate (Inhaltsbereich „Muster und Strukturen“) und die Anzahl der Monate im Jahr (Inhaltsbereich „Mengen, Zahlen und Operationen“) besprochen werden.

Die vorherrschende Organisationsstruktur in deutschen Kindergärten (im Gegensatz zu anderen europäischen Konzepten wie der école maternelle in Frankreich) unterstützt das oben beschriebene Vorgehen. Entsprechend dem Prinzip der ganzheitlichen Förderung, (siehe auch Abschnitt 2.4.1) steht der Bildungsbereich Mathematik in enger Verbindung mit weiteren Bildungsbereichen. Der „Gemeinsame Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen“ empfiehlt daher „angemessene Lernarrangements“, welche „mehrere Förderbereiche gleichzeitig umsetzten“ (Jugendministerkonferenz, 2004, S. 3).

Für Bereiche der Mathematik, die im Alltag seltener auftreten, empfiehlt Kaufmann (2010, S. 33) „Situationen zu schaffen, die Beobachtungen und gegebenenfalls Förderung erlauben“. Nach Kaufmann ist mathematische Bildung im Idealfall „ganzheitlich und bereichsübergreifend[45] angelegt, schließt (aber) vorbereitete bereichsspezifische Angebote keineswegs aus“ (ebd.).

Mathematikspezifische Angebote zur Förderung im Kindergarten

Mathematische Frühförderprogramme lassen sich generell in zwei Kategorien einteilen: Auf der einen Seite existieren lehrgangsorientierte Förderprogramme, bei denen in festgelegten Unterrichtseinheiten gewisse mathematische Themen behandelt werden. Beispiele lehrgangsorientierter Förderprogramme, die momentan häufig in deutschen Kindergärten eingesetzt werden, sind „Entdeckungen im Zahlenland“ von Preiß[46], „Komm mit ins Zahlenland“ von Friedrich, Galgóczy und Schindelhauer[47] und „Mengen, zählen, Zahlen (MZZ)“ von Krajewski, Nieding und Schneider[48].

---

[45] Entsprechend dem Prinzip der ganzheitlichen Förderung (Abschnitt 2.4.1).

[46] Das Programm „Entdeckungen im Zahlenland“ von Preiß dient dem Aufbau des Zahlbegriffs. Dieser Aufbau vollzieht sich in drei Handlungsfedern: Im Zahlenhaus sollen die Kinder mit den Eigenschaften der Zahlen vertraut gemacht werden. Mithilfe des Zahlenwegs (bestehend aus zehn Zahlenteppichen mit aufgemalten Ziffern) sollen die Kinder die Reihenfolge der Zahlen einüben und „zählen“ lernen. Außerdem sollen die Kinder durch das Gehen auf dem Zahlenweg das Zahlsymbol eindeutig mit dem gesprochenen oder gehörten Zahlwort verknüpfen. Die Zahlenländer geben Möglichkeit die Quantitäten der Zahlen zu erfahren („Im Einerland wohnt die EINS. Dort gibt es alle Dinge nur einmal. Die ZWEI wohnt im Zweierland, wo alle Dinge paarweise auftreten…“). Das Programm besteht des Weiteren aus Geschichten, Spielen, Liedern, Abzählreimen rund um das Thema „Zahlen“. Außerdem soll das Abzählen geübt werden, in dem die Kinder zur Begrüßung durch ein Kind gezählt werden (Preiß, Leitfaden Zahlenland, 2004; Preiß, www.zahlenland.de, 2011).

[47] Das Programm „Komm mit ins Zahlenland“ von Friedrich, Galgóczy und Schindelhauer (2011) ähnelt in einigen Bereichen dem Programm „Entdeckungen im Zahlenland“. Auch hier enthält jede Zahl einen speziellen „Wohnort“, sie hat zudem in „Form einer Zahlenpuppe einen spezifischen Charakter“ (Friedrich & Munz, 2004).

[48] Das Trainingsprogramm „Mengen, zählen, Zahlen (MZZ)“ von Krajewski, Nieding und Schneider (2007) orientiert sich an den drei Kompetenzebenen nach Krajewski (vgl. Abschnitt 1.3.4): „Zahlen als Anzahlen“, „Anzahlordnung“ und „Teil-Ganzes-Beziehungen und Anzahlunterschiede“. Das Programm trainiert auf Ebene 1 Zahlenkenntnis, Zählfertigkeiten und Mengenverständnis. Die Kinder sollen insbesondere am Ende dieser Förderstufe verstanden haben, dass Zahlen Mengen repräsentieren. Auf Ebene 2 sollen Kinder lernen, dass Zahlen der Größe nach geordnet (Reihenfolge der Zahlen) und somit verglichen werden können. Ebene 3 behandelt das Verständnis von Zahlzerlegung (eine Zahl lässt sich in andere Zahlen zerlegen) und Zahldifferenz (der Größenunterschied von zwei Zahlen ist wieder eine Zahl). Das Kind soll also verstehen, dass sich Beziehungen zwischen Mengen und Zahlen darstellen lassen.

Auf der anderen Seite existieren Förderprogramme, die aus einer speziell zur mathematischen Frühförderung konzipierten bzw. zusammengestellten Materialiensammlung bestehen, welche punktuell einsetzbar ist. Die Materialien können „als offenes Angebot oder als angeleitete Tätigkeit, vollständig oder nur teilweise und bezüglich Alter, Reihenfolge, Zeit und Intensität weitgehend variabel" verwendet werden (Kaufmann, 2010). Hierzu gehören beispielsweise „Das kleine Zahlenbuch"[49] von Müller und Wittmann ebenso wie das in der vorliegenden Studie verwendete Frühförderprogramm „Elementar" (vgl. Abschnitt 3.6.1). Förderprogramme, die aus einer Materialsammlung bestehen, können mit anderen Materialien kombiniert oder mit weiteren Aktivitäten ergänzt werden. Die vorgeschlagenen Aktivitäten in diesen Förderprogrammen dienen als Angebot, müssen jedoch nicht vollständig oder gar in einer vorgeschriebenen Reihenfolge durchgeführt werden. Sie können einen Rahmen (eine Art Orientierungshilfe im Dschungel der vielfältigen mathematischen Fördertipps und –ideen) bilden und die weitere Suche nach geeigneten mathematischen Aktivitäten strukturieren.

Ergänzend oder auch alternativ zur Verwendung eines Förderprogramms im Kindergarten können Erzieherinnen frei mathematische Aktivitäten für ihren Kindergarten zusammenstellen. Zu deren Auswahl werden zahlreiche Anregungen in Fachbüchern für Erzieherinnen gegeben. Die dort vorgeschlagenen Aktivitäten können meist mit Materialien durchgeführt werden, die ohnehin im Kindergarten vorhanden sind oder einfach und kostengünstig angeschafft werden können. Schließlich können Kinderbücher und Geschichten, die mathematische Themen zum Inhalt haben, als Gesprächsvorlage dienen (Beispiele: „Mit Kindern Mathematik erleben" von Peter-Koop & Grüßing[50], „Ente, Igel, Kuh und Du: Geschichten und Praxisideen für die mathematische Bildung im Kindergarten" von Faust[51] und „Mein allerers tes Buch der Zahlen" von Carle[52]).

Anforderungen an die inhaltliche Gestaltung und pädagogische Umsetzung

Unter den fünf mathematischen Inhaltsbereichen (Abschnitt 2.1.2) nimmt der Bereich „Mengen, Zahlen und Operationen" durch seinen abstrakten Charakter eine Sonderrolle ein, weswegen an ihn sehr spezielle Anforderungen gestellt werden. Krajewski und Schneider (2007, S. 103) fassen sie folgendermaßen zusammen: Die Förderung der Kompetenzen im Inhaltsbereich „Mengen, Zahlen und Operationen" sollte systematisch aufgebaut sein und die mathematischen Entwicklungsschritte berücksichtigen. Der Inhalt sollte mathematikspezifisch sein, denn Förderung von unspezifischen Basisfähigkeiten bringt kaum Verbesserung spezifischer Kompetenzen. Des Weiteren fordert Krajewski (2008), dass die Darstellungsmittel abstrakt-symbolisch sind. Insbesondere sollten keine

[49] „Das kleine Zahlenbuch" (Müller & Wittmann, 2002), welches insgesamt zehn geometrische und zehn arithmetische Themen umfasst, gehört zum Programm „mathe 2000". Dieses Programm entstammt einem wissenschaftlichen Projekt zur Entwicklung des Mathematikunterrichts (zunächst) in der Primarstufe und wurde auf den Elementarbereich ausgedehnt.
[50] Das Mathebilderbuch „Mit Kindern Mathematik erleben" (Peter-Koop & Grüßing, 2007) zeigt anhand von Fotos wie Kinder mathematisch tätig sind und soll weiter zum Nachdenken, Erkunden und Experimentieren mit mathematischen Themen anregen. Zu jedem der fünf Bildungsbereiche finden sich Fotos, beispielsweise werden auf einigen Fotos Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten in Form von Würfelspielen thematisiert (Peter-Koop & Grüßing, 2007).
[51] Das Buch „Ente, Igel, Kuh und Du: Geschichten und Praxisideen für die mathematische Bildung im Kindergarten" (Faust, 2006) enthält dreizehn Geschichten, zu denen die Kinder jeweils eine Aufgabe lösen müssen. Die Geschichten decken die mathematischen Themen „räumliches Vorstellungsvermögen", „geometrische Formen" und „Zählen" ab.
[52] Im Kinderbuch „Mein allererstes Buch der Zahlen" (Carle, 2001) sind Früchte in verschiedener Anzahl (1 bis 10) abgebildet, die von den Kindern gezählt werden können und ihnen somit ein Gefühl für die Grundzahlen vermitteln sollen.

emotionalen Bezüge zu den Zahlen hergestellt werden, da sie falsche Assoziationen auslösen können.

Bei der pädagogischen Umsetzung der mathematischen Förderung fällt der Verwendung der Sprache eine große Bedeutung zu, denn die (neuen) mathematischen Erfahrungen müssen die Kinder beschreiben und verallgemeinern[53] lernen (Clements & Sarama, 2004, S. 59) und sie benötigen die Sprache zur Interaktion in der Gruppe (wenn sie beispielsweise mit anderen Kindern gemeinsam über Lösungsmöglichkeiten nachdenken). Schließlich müssen die Kinder einen für den später im Schulmathematikunterricht benötigten Wortschatz - welcher Zahlwörter ebenso wie Präpositionen, kausale Konstruktionen, relationale Begriffe und mathematische Termini umfasst – aufbauen. Van Oers (2004) empfiehlt daher, dass sich Erzieherinnen in der mathematischen Konversation mit dem Kind „so klar und deutlich wie möglich ausdrücken und auch die Kinder bitten, auf diesen Grundsatz in ihrer Kommunikation zu achten“. Nach van Oers (2004) sollte die Erzieherin weiterhin die mathematischen Aktivitäten der Kinder mit Hilfe folgender Regeln unterstützen: Bei Lösungsvorschlägen vom Kind sollte sie es dazu anregen, den Vorschlag noch einmal zu überdenken und Argumente für seinen Vorschlag zu suchen. Dies gelingt beispielsweise mit der Frage „Bist du Dir sicher?“. Weiterhin sollte die Erzieherin „bei der Lösung mathematischer Fragestellung ihre Aufmerksamkeit auf (…) Muster“ (gemeint sind hier „Kongruenzen, Ordnungs- und Eins-zu-Eins-Beziehungen“) legen. Dazu kann sie beispielsweise Vorschläge zur Strukturierung und Ordnung von Objekten machen. Schließlich sollte sie bei der Präsentation der Lösungen auf symbolische Darstellungen achten. Dafür können – laut van Oers (2004) – schon „in sehr frühem Alter“ Zeichnungen und Diagramme verwendet werden.

[53] „Early childhood teachers must design the environment so that children engage in interesting mathematics throughout the classroom and throughout the day. Teachers must help children describe, quantify, and generalize these experiences” (Clements & Sarama, 2004, S. 59).

3 Anlage und Ziele der Untersuchung

Das dritte Kapitel lässt sich grob in zwei Teile gliedern.
In den ersten beiden Unterkapiteln wird die Zielsetzung der Untersuchung erläutert (3.1) und aufgeworfene Forschungsfragen mit zugehörigen Hypothesen werden dargelegt (3.2).
Die weiteren fünf Unterkapitel beschreiben das methodische Vorgehen der vorliegenden Untersuchung:
Zunächst werden Untersuchungsdesign (3.3), Stichprobe (3.4) und Erhebungsmethoden (3.5) geschildert. Im ersten Abschnitt des Unterkapitels „Förderung im Kindergarten" (3.6) wird das verwendete Förderprogramm vorgestellt, im zweiten Abschnitt wird die Durchführung der Förderung beschrieben. Schließlich werden in Unterkapitel 3.7 die statistischen Verfahren dargestellt und die Computersoftwaren zur Auswertung der Daten genannt.

3.1 Zielsetzung

Die meisten in Unterkapitel 2.4 vorgestellten mathematischen Frühförderprogramme beschränken sich auf den Inhaltsbereich „Mengen, Zahlen und Operationen". Wie im ersten Kapitel deutlich geworden ist, darf Mathematik jedoch keineswegs mit Arithmetik gleichgesetzt werden, sondern umschließt ebenso eine Vielzahl anderer wichtiger Teilgebiete. Die für den Elementarbereich wichtigen inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen wurden in Unterkapitel 2.1 vorgestellt. Ihre Verankerung in den Bildungsplänen für Kindertagesstätten wurde in Unterkapitel 2.2 beschrieben.
Prof. Dr. Sabine Kaufmann und Prof. Dr. Jens Holger Lorenz haben das Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik" entwickelt, welches die Inhaltsbereiche „Raum und Form", „Muster und Strukturen", „Größen und Messen", „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten" und „Mengen, Zahlen und Operationen" einschließt und somit eine mathematisch umfassendere Förderung ermöglicht (Kaufmann & Lorenz, 2009).
Die vorliegende Längsschnittstudie hat zum Ziel, dieses mathematische Förderprogramm für Kindergärten zu evaluieren.

3.2 Fragestellung und Hypothesen

Aus der Zielsetzung ergeben sich die folgenden Forschungsfragen, die aufgrund des Forschungsdesigns den Abschnitten „Tests vor Beginn der Fördermaßnahme", „Tests am Ende der Fördermaßnahme" und „Tests ein Jahr nach Ende der Fördermaßnahme" zugeordnet werden. Im Anschluss wird zu jeder Forschungsfrage eine Hypothese formuliert.

Tests vor Beginn der Fördermaßnahme

<u>Forschungsfragen</u>

Die vorliegende Untersuchung dient nicht als Normierungsstudie der Standortbestimmungen „Elementar 1" und „Elementar 2". Diese Standortbestimmungen wurden auch nicht als standardisierte Tests konzipiert, sondern sollen einen vergleichenden Überblick über den Entwicklungsstand des einzelnen Kindes ermöglichen (Kaufmann & Lorenz, 2009). Dennoch erhält man aus den vorliegenden Daten Informationen zur Reliabilität des Tests, sowie zu Alters- und Geschlechtseffekten.

1. *Sind die Standortbestimmungen „Elementar 1" und „Elementar 2" reliabel?*
   Um diese Frage zu beantworten, wird die interne Konsistenz betrachtet. Falls die Ergebnisse der Untertests der beiden Standortbestimmungen jeweils signifikant mit dem entsprechenden Gesamtergebnis korrelieren, wird der Test als intern konsistent bezeichnet.
2. *Lassen sich die Untertests in zwei Faktoren, einen arithmetischen und einen geometrischen, zerlegen oder gibt es noch weitere Faktoren?*
   Die Untertests der Standortbestimmungen „Elementar 1" und „Elementar 2" überprüfen Kompetenzen aus sehr verschiedenen Teilgebieten der Mathematik. Möglicherweise könnten sich diese Untertests jedoch zu zwei Faktoren bündeln lassen: Der erste Faktor könnte aus Aufgaben aus dem arithmetischen Bereich, der zweite Faktor aus Aufgaben aus dem geometrischen Bereich bestehen.
3. *Erzielen ältere Kinder signifikant bessere Ergebnisse in den Standortbestimmungen?*
   Alle Kinder, die mit der Standortbestimmung „Elementar 1" (bzw. „Elementar 2") getestet wurden, standen zwei Jahre (bzw. ein Jahr) vor ihrer geplanten Einschulung. Aufgrund dieses Forschungsdesigns gab es Altersdifferenzen von bis zu 16 Monaten. Aufgrund der schnellen kognitiven Entwicklung in der Kindheit lässt sich vermuten, dass das Alter einen signifikanten Einfluss auf die Testergebnisse hat.
4. *Erzielen Mädchen und Jungen gleich gute Ergebnisse in den Standortbestimmungen?*
   Studien, die Unterschiede mathematischer Leistungen zwischen Mädchen und Jungen untersucht haben, kamen je nach Bereich und Alter zu verschiedenen Ergebnissen (Rohe & Quaiser-Pohl, 2010). Man geht davon aus, dass im Vorschulbereich der Leistungsunterschied eher gering ist und erst mit zunehmendem Alter die Jungen gegenüber den Mädchen einen Leistungsvorteil entwickeln (ebd.). Dies wird teilweise darauf zurückgeführt, dass sich Jungen eher kompetitiv mit geometrisch-arithmetischen Inhalten (größer, höher, schneller, weiter etc.) beschäftigen, während Mädchen eher soziale Aktivitäten pflegen.

Aus den soeben formulierten Fragen ergeben sich folgende Hypothesen.

Hypothesen

1. Reliabilität: Die Untertests der Standortbestimmungen haben eine hohe interne Konsistenz.
2. Faktorenanalyse:
   a) Elementar 1: Die Untertests lassen sich in die zwei Faktoren „Zahlen" (T9, ET4, ET5, ET6) und „Raum, Form, Muster, Strukturen" (alle weiteren Untertests) zerlegen.
   b) Elementar 2: Die Untertests lassen sich in die zwei Faktoren" „Raum, Form, Muster, Strukturen" (T1-T6) und „Zahlen" (T7-ET2) zerlegen.
3. Alterseffekt: Alter und Testergebnis korrelieren positiv.
4. Geschlechtseffekt: Geschlecht und Testergebnis korrelieren nicht.

Tests am Ende der Fördermaßnahme

Forschungsfragen

1. *Verbessert das Frühförderprogramm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ die mathematischen Kompetenzen der teilnehmenden Kinder?*
Forschungsergebnisse zu erfolgreichen Förderprogrammen konnten zeigen, dass „Kinder mit einer Förderung denjenigen ohne Förderung in wesentlichen Aspekten der weiteren Entwicklung überlegen sind“ (Mackowiak, Lauth, & Spieß, 2008, S. 102). Um die Wirksamkeit des Programms „Elementar“ zu untersuchen, muss überprüft werden, ob die geförderten Kinder in einem Abschlusstest signifikant besser abschneiden als die Kinder der Kontrollgruppe. Hierfür wurden am Ende des Förderzeitraums die mathematischen Kompetenzen der Kinder (Förder- und Kontrollgruppen) der jüngeren Kohorte mit der Standortbestimmung „Elementar 2“ bzw. der älteren Kohorte mit dem „OTZ“ überprüft.
2. *Verbessert das Frühförderprogramm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ die mathematischen Kompetenzen der mathematisch schwächsten Kinder?*
Am Ende der Kindergartenzeit gibt es große Unterschiede zwischen den geometrischen (Franke, 2007, S. 126) und arithmetischen (Padberg & Benz, 2011, S. 26) Kompetenzen der Kinder. Längsschnittstudien konnten feststellen, dass „individuelle Unterschiede im Kompetenzniveau der Kinder zu Schulbeginn sich auch über die weiteren Schuljahre hinweg fortsetzen“ (Hasselhorn & Schneider, 2011). Daher besteht für Kinder, die zum Schuleintritt über wenig mathematische Kompetenzen verfügen, ein relativ großes Risiko Schulschwierigkeiten zu entwickeln. An dieser Stelle soll untersucht werden, ob durch die Fördermaßnahme die mathematisch noch nicht so weit entwickelten Kinder sich signifikant verbessern.
3. *Verbessert das Frühförderprogramm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ auch die mathematischen Kompetenzen der mathematisch starken Kinder?*
Bereits im Vorschulalter gibt es Kinder, die deutlich stärkere Mathematikleistungen erbringen als ihre Altersgenossen (Käpnick & Fuchs, 2010). Da das Förderprogramm „Elementar“ die kognitive Entwicklung aller Kinder fördern und unterstützen möchte (Kaufmann & Lorenz, 2009), soll an dieser Stelle untersucht werden, ob die mathematisch schon weitentwickelten Kinder sich - durch die im Frühförderprogramm gesetzten Anreize - signifikant verbessern.

Aus diesen Forschungsfragen leiten sich die folgenden Hypothesen ab, die aufgrund des Untersuchungsaufbaus jeweils unterteilt werden, wobei Teil a) sich auf die Ergebnisse von Kindern im vorletzten Kindergartenjahr und Teil b) auf die Ergebnisse von Kindern im letzten Kindergartenjahr bezieht.

Hypothesen (Wirksamkeit)

1. Die Kinder, welche mit dem Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ gefördert wurden, schneiden im Nachtest („Elementar 2“ bzw. „OTZ“) signifikant besser ab als Kinder der Kontrollgruppe mit gleicher Ausgangslage.
2. Prävention: Von den Kindern, die im Vortest vergleichsweise[54] schwach abgeschnitten haben, erzielen diejenigen, welche mit dem Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ gefördert wurden, im Nachtest („Elementar 2“ bzw. „OTZ“) signifikant bessere Ergebnisse als Kinder der Kontrollgruppe mit gleicher Ausgangslage.
3. Begabtenförderung: Von den Kindern, die im Vortest vergleichsweise[55] gut abgeschnitten haben, erzielen diejenigen, welche mit dem Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ gefördert wurden, im Nachtest („Elementar 2“ bzw. „OTZ“) signifikant bessere Ergebnisse als Kinder der Kontrollgruppe mit gleicher Ausgangslage.

Tests ein Jahr nach Ende der Fördermaßnahme

Forschungsfrage

Erzielen Kinder, die während des letzten Kindergartenjahres mit dem Programm „Elementar“ gefördert wurden, am Ende der ersten Klasse signifikant bessere Ergebnisse im Follow-Up-Test?

Offensichtlich sind langfristige Effekte für die Güte eines Förderprogrammes noch wichtiger als die Effekte direkt am Ende der Förderzeit. Daher müssen sich Frühförderprogrammen, welche eine optimale Schulvorbereitung zum Ziel haben, an den späteren Schulleistungen der Kinder messen lassen. Einige Frühförderprogramme zeigten dabei „erstaunlich langfristige positive Effekte“ (Mackowiak, Lauth, & Spieß, 2008). Um diese Frage klären zu können wurde ein Jahr nach Abschluss der Förderung (am Ende der ersten Klasse) mit einigen Kindern[56] ein Follow-Up-Test durchgeführt.

Das führt zu der folgenden Hypothese.

Hypothese (langfristige Wirksamkeit)

Kinder, die mit dem Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ gefördert wurden, erzielen im Follow-Up-Test „Demat 1+“ signifikant bessere Ergebnisse als Kinder der Kontrollgruppe mit gleicher Ausgangslage.

---

[54] Sie gehören zu den 25% mathematisch schwächsten Kindern ihrer Altersgruppe in dieser Stichprobe.

[55] Sie gehören zu den 25% mathematisch stärksten Kindern ihrer Altersgruppe in dieser Stichprobe.

[56] Aufgrund des Untersuchungsdesigns konnten hier nur die älteren Kinder des ersten Jahrgangs berücksichtigt werden (vgl. Unterkapitel 3.3).

3.3 Untersuchungsdesign

Die vorliegende Längsschnittstudie (vgl. folgende Grafik) erstreckte sich über einen Zeitraum von fast zwei Jahren, von September 2009 bis Juli 2011, und sollte das für Kindergärten entwickelte Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ evaluieren. Mit den zugehörigen Standortbestimmung („Elementar 1“ für Kinder zwischen 4 und 5 Jahren bzw. „Elementar 2“ für Kinder zwischen 5 und 6 Jahren) wurde der erste Test[57] im Kindergarten durchgeführt. Ein Teil der Kinder wurde dann über einen Zeitraum von 11 Monaten gefördert, der andere Teil diente als Kontrollgruppe. Die Zuordnung von Kindergartengruppen in Fördergruppen und Kontrollgruppen geschah zufällig. Nach dieser Zeit fand erneut ein Test statt, wozu die Standortbestimmung „Elementar 2“ für die Kinder der jüngeren Kohorte bzw. der „OTZ“ für die Kinder der älteren Kohorte verwendet wurde. Der Einsatz des standardisierten Tests „OTZ“ (Beschreibung in Unterkapitel 3.5) hatte eine objektive Bewertung des Programms zum Vorteil. Um die Stichprobengröße zu maximieren wurde in zwei aufeinander folgenden Jahren mit verschiedenen Kindern das Test-/Förderprogramm durchlaufen. Bei den älteren Kindern des ersten Jahres wurde am Ende der ersten Klasse (ein Jahr nach Beendigung des Förderprogramms, im Juli 2011) ein weiterer Test vorgenommen, um den langfristigen Erfolg zu kontrollieren. Hierfür wurde der „Demat 1+“[58] verwendet.

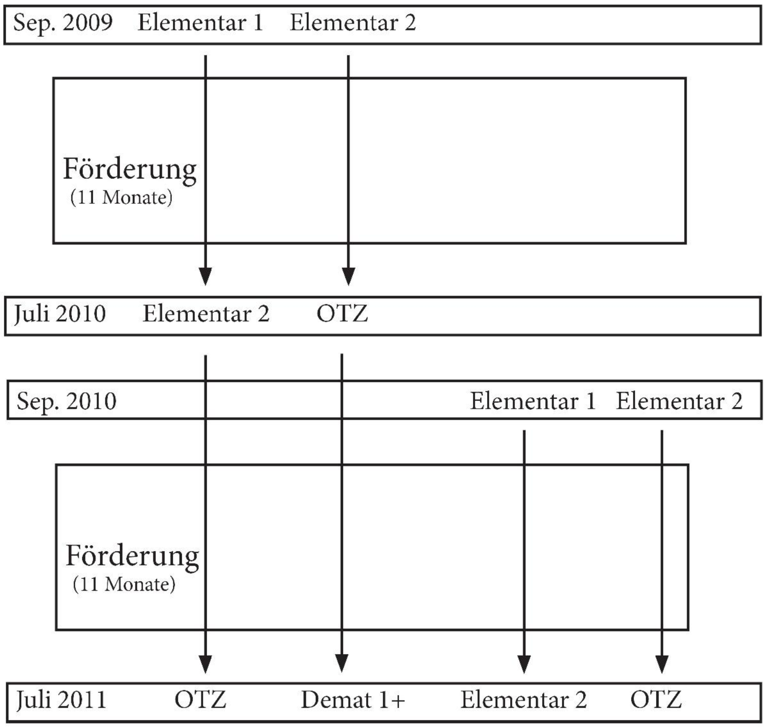


Abbildung 2: zeitlicher Ablauf der Fördermaßnahme

[57] Die Standortbestimmungen „Elementar 1“ und „Elementar 2“ (vgl. Unterkapitel 3.5) sind informelle Verfahren. Da sie in dieser Untersuchung die zusätzliche Funktion der Vortests (Tests vor Beginn der Fördermaßnahme) haben, werden sie – streng genommen nicht ganz korrekt – in dieser Arbeit als Tests bezeichnet.

[58] Der „Demat 1+“ wurde als Gruppentest durchgeführt, um den normalen Unterrichtsverlauf so wenig wie möglich zu stören. Aus Zeitgründen war es nicht möglich zusätzliche (informelle) Verfahren durchzuführen.

3.4 Stichprobe

An den Untersuchungen nahmen insgesamt 177 Kinder – 88 Jungen und 89 Mädchen - aus fünf Kindergärten im Raum Heidelberg teil. Die Kindergärten unterschieden sich relativ stark hinsichtlich Größe und Konzeption und sollen mithilfe der folgenden Tabelle[59] überblicksartig beschrieben werden:[60]

	Umgebung (Einzugsgebiet)	Träger	Größe (Anzahl der Kinder)	Struktur
Kiga A	Land (2.500 Einwohner)	Kirche	44 Kinder (davon 5 „U3“)	Offen
Kiga B	Land (2.500 Einwohner)	Stadt	80 Kinder (davon 10 „U3“)	Gruppen
Kiga C	Stadt (14.000 Einwohner)	Kirche	55 Kinder (davon 10 „U3“)	halboffen
Kiga D	Stadt (27.000 Einwohner)	Kirche	50 Kinder	Offen
Kiga E	Stadt (27.000 Einwohner)	Kirche	130 Kinder (davon 10 „U3“)	Gruppen

Tabelle 8: Kindergärten

44% der teilnehmenden Kinder hatten mindestens einen Elternteil, der mit dem Kind vorwiegend nicht-deutsch sprach. Auch hier gab es starke Unterschiede zwischen den Kindergärten: Während in den Kindergärten A 21%, B 26% bzw. C 27% der Kinder mindestens einen nicht-deutsch-sprechenden Elternteil hatten, waren es in den Kindergärten D 80% bzw. E 63%. Die Parameter „Kindergarten“ und „Anteil nicht-deutsch-muttersprachiger Kinder“ sind stochastisch abhängig ($\chi^2 = 32{,}341$, $p < 0{,}01$). Die Teilnahme in den Projekt- und Kontrollgruppen war natürlich freiwillig, es gab aber in den Projektgruppen kein Kind und in den Kontrollgruppen nur sehr wenige Kinder, denen die Teilnahme von den Eltern verweigert wurde. Der Ausfall (meist aufgrund eines Umzugs) während des Kindergartenjahres war relativ gering, 4 von 106 Kinder bei den 4-5jährigen (4%) und 4 von 96[61] bei den 5-6jährigen (4%). Aufgrund des Untersuchungsdesigns konnten nur die Vorschüler des ersten Durchlaufs am Ende der ersten Klasse getestet werden. Hinzu kamen aber beim Übergang vom Kindergarten zur Grundschule weitere Ausfälle beispielsweise durch Rückstellung (d.h. die Kinder besuchten weiterhin den Kindergarten), Besuch einer Förderschule oder Umzug.

3.5 Erhebungsmethoden

Entsprechend dem Untersuchungsdesign enthält diese Längsschnittstudie drei Messzeitpunkte: Zum ersten Messzeitpunkt wurden (je nach Alter des Kindes) die Standortbestimmungen „Elementar 1“ bzw. „Elementar 2“ verwendet, zum zweiten Messzeitpunkt wurden die Kinder (je nach Alter) mit der Standortbestimmung „Elementar 2“ bzw. dem „OTZ“ getestet und für den Follow-Up-Test zum dritten Messzeitpunkt wurde der „Demat 1+“ eingesetzt. Weiterhin wurden Daten mithilfe eines Elternfragebogens (Anhang B) erhoben.

[59] Die Informationen wurden mittels eines Erzieherinnenfragebogens erhoben.
[60] „Kiga“ wird als Abkürzung für „Kindergarten“ verwendet.
Eine „offene Struktur“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Kinder keinen festen Kindergartengruppen zugeordnet sind. Unter einer „halboffenen Kindergarten“ verstehen wir einen offenen Kindergarten mit festen Bezugsgruppen.
[61] Grund: manche Kinder waren zwei Jahr lang in der Stichprobe.

Standortbestimmung „Elementar 1“

Die Standortbestimmung „Elementar 1“ gehört zum Förderprogramm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ (Kaufmann & Lorenz, 2009) und ist geeignet für Kinder im Alter zwischen 4 und 5 Jahren. Diese Standortbestimmung ist ein informelles Verfahren mit dem man „einen Überblick über den Entwicklungsstand des einzelnen Kindes zu seinen mathematischen Basiskompetenzen“ gewinnen und insbesondere „mögliche Entwicklungsrückstände“ erfassen kann (Begleitheft zu Kaufmann & Lorenz, 2009).
Sie unterteilt sich in einen Gruppentest (17-34 Minuten) und einen Einzeltest (15-20 Minuten). Der Test kann nach jeder Teilaufgabe unterbrochen werden.

	Aufgabe	Kategorie	Zeit
T1	„Fahre mit dem Bleistift entlang“	Visuomotorische Koordination	1-2 Min.
T2[62]	„Gleiche Farbe“	Figur-Grund-Unterscheidung	2-4 Min.
T3	„Gleiche Form“	Formen erkennen	1-3 Min.
T4	„Präposition“	räumliche Begriffe/ räumliche Beziehung	1-3 Min.
T5	„Gleiche Figur“	Formen erkennen	1-2 Min.
T6	„Male ab“	Raumlage	2-4 Min.
T7	„Was passt nicht?“	Muster erkennen	1-2 Min.
T8	„Welcher Stein fehlt?“	Muster fortsetzen	2-4 Min.
T9	„Kreise wie Bären“.	Eins-zu-Eins-Zuordnung	2-3 Min.
T10	„Was gehört zusammen?“	Vorstellung/ Kategorisieren	1-2 Min.
T11	„Runde Figuren“	Kategorisieren	2-3 Min.
T12	„Maus zum Käse“	Visuomotorische Koordination	2-3Min.
ET1/ET2	„Muster nachlegen 1 und 2“	Gesetzmäßigkeiten in Mustern erkennen und fortsetzen	
ET3	„Nachbauen“	Raumlage	
ET4	„Anzahlen herstellen“	Eins-zu-Eins-Zuordnung	
ET5/ET6	„Anzahlen vergleichen 1 und 2“	Anzahlen vergleichen	
ET7	„Muster nachlegen“	Formen erkennen und räumliche Beziehungen	
ET8	„Male dich selbst“	Selbstporträt	

Tabelle 9: „Elementar 1“ Untertests

Standortbestimmung „Elementar 2“

Die Standortbestimmung „Elementar 2“ für Kinder im Alter zwischen 5 und 6 Jahren ist das Analogon zur Standortbestimmung „Elementar 1“.
Sie unterteilt sich ebenfalls in einen Gruppentest (25-40 Minuten) und einen Einzeltest (ca. 10 Minuten).

[62] Die Bezeichnungen entsprechen nicht den Bezeichnungen in der Standortbestimmung.

	Aufgabe	Kategorie	Zeit
T1	„Unpassendes finden“	Raumlage	1-2 Min.
T2	„Passende Teile verbinden“	Vorstellung	1-2 Min.
T3	„Größtes erkennen“	Umsetzung Bild in Wirklichkeit und Größen vergleichen	1-2 Min.
T4	„Puzzleteile erkennen“	Vorstellung	3-4 Min.
T5	„Muster ergänzen“	Muster fortsetzen	2-3 Min.
T6	„Abzeichnen“	Raumlage	6-8 Min.
T7	„Zahlsymbole schreiben“	Zahlsymbole schreiben	2-3 Min.
T8	„Abzählen“	Menge und Zahlsymbol zuordnen	3-6 Min.
T9	„Mengen herstellen“	Menge und Zahlwort zuordnen	3-4 Min.
T10	„Mengen zerlegen“	Zahlzerlegung	2-3 Min.
ET1	„Zählen“	Zählen und Zahlen vergleichen	
ET2	„Mengen erfassen“	Mengen erfassen	

Tabelle 10: „Elementar 2“ Untertests

OTZ

Der „Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ)“ (van Luit, van de Rijt, & Hasemann, 2001) ist ein standardisierter Test und kann die Zahlbegriffsentwicklung bei Kindern zwischen fünf und siebeneinhalb Jahren einschätzen. Er wird als Einzeltest durchgeführt. Der „OTZ“ unterteilt sich in acht Inhaltsbereiche: Vergleichen, Klassifizieren, Eins-zu-Eins-Zuordnen, nach Reihenfolge ordnen, Zahlwörter benutzen, synchrones und verkürztes Zählen, resultatives Zählen, Anwenden von Zahlenwissen. Zu jedem Teiltest gehören jeweils fünf Aufgaben, die dem Kind mündlich gestellt werden.

Demat 1+

Der „Deutsche Mathematiktest für erste Klassen (Demat 1+)“ (Krajewski, Küspert, Schneider, & Visé, 2002) ist ein standardisierter Test und dient der Überprüfung mathematischer Kompetenzen von Grundschülern und zur frühzeitigen Diagnose von Rechenschwäche bzw. einer besonderen mathematischen Begabung. Der „Demat 1+“ unterteilt sich in die neun Inhaltsbereiche Mengen-Zahlen, Zahlenraum, Addition, Subtraktion, Zahlenzerlegung-Zahlenergänzung, Teil-Ganzes, Kettenaufgaben, Ungleichungen und Sachaufgaben.
Er kann als Gruppentest (Dauer: ca. 40 Minuten) durchgeführt werden und überzeugt durch seine Gütekriterien.

Elternfragebogen

Der Elternfragebogen (Anhang B) wurde speziell für diese Untersuchung entworfen. Er unterteilt sich in fünf Bereiche, nämlich „Freizeitverhalten“ (Angaben zur Dauer pro Tag), „Umgang mit Konstruktionsmaterial“, „Malen/Schreiben“, „Würfel“ und „Zahlen und Geometrie“. Aufgrund seines Designs war er für die Eltern ohne großen Zeitaufwand auszufüllen.

3.6 Förderung im Kindergarten

Die Förderung im Kindergarten geschah über einen Zeitraum von jeweils elf Monaten mit dem Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik" (Kaufmann & Lorenz, 2009).

3.6.1 Das Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik"

Das Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik" (Kaufmann & Lorenz, 2009) hat sich die Förderung und Unterstützung der Entwicklung von „kognitiven Fähigkeiten aller Kinder" zum Ziel gesetzt und möchte somit „allen Kindern gute Startchancen für die Schulmathematik" mitgeben. Insbesondere Kinder, die im Vergleich zu ihren Altersgenossen Entwicklungsrückstände aufweisen, soll das Programm an „anregende und herausfordernde Situationen heranführen". Dabei sollen ihr „Entdeckungsdrang durch spielerische Aktivitäten gefördert" werden und „arithmetische und geometrische Fähigkeiten … mit geeigneten Aufgabenstellungen erweitert" werden. Das Förderprogramm besteht aus einer Materialsammlung, Material- und Kinderkarten mit Vorschlägen zum Umgang mit dem Material, Lernfortschrittsheften, einer CD mit Kopiervorlagen für weitere Übungen, Beobachtungsbögen und Standortbestimmungen. Da das Programm nicht lehrgangsorientiert konzipiert ist, können die Elemente auch einzeln verwendet werden.

Einsatz

Der Einsatz des Förderprogramms ist sehr flexibel, wodurch es für verschiedene Kindergartenstrukturen[63] geeignet ist. Die Autoren schlagen folgende Möglichkeiten zur Integration des Programms in den Kindergartenalltag vor: Zu festgelegten Zeiten wählt die Erzieherin Aufgaben aus oder zu festgelegten Zeiten finden freie Aktivitäten mit Elementen des Förderprogramms statt oder die Aktivitäten werden „im Sinne eines freien Spiels in Freispielzeiten" angeboten (Begleitheft zu Elementar, Kaufmann & Lorenz, 2009)

Inhaltsbereiche

Das Förderprogramm besteht aus fünf mathematischen Inhaltsbereichen, die sich an Leitideen für den Mathematikunterricht der Grundschule orientieren (vgl. Abschnitt 2.1.2):

- <u>Raum und Form</u>: Raumorientierung (Wahrnehmung – dazu gehören visuomotorische Koordination, Figur-Grund-Unterscheidung, Formkonstanz und Raumlage; Vorstellung; Räumliche Begriffe), geometrische Formen erkennen (Erkennen von Formen, Symmetrien erkennen und herstellen), Erkennen von Körpern
- <u>Muster und Strukturen</u>
- <u>Größen und Messen</u>

[63] In der vorliegenden Studie nahmen Kindergärten mit Gruppenstruktur, halboffene und offene Kindergärten teil.

- Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit: Daten ordnen und klassifizieren, erstes Verständnis von „sicher – unmöglich – möglich, aber nicht sicher“, einfache kombinatorische Aufgaben
- Mengen, Zahlen und Operationen: Zählen, Zahlen schreiben/lesen/sprechen, Anzahlen erfassen/darstellen (Zahlsymbole schreiben, Zahlwort und –symbol zuordnen, Menge und Zahlsymbol zuordnen), Zahlen vergleichen/strukturieren/zueinander in Verbindung setzen, Zahlzerlegung und –verknüpfung.

Die mathematischen Inhaltsbereiche des „Programmes Elementar“ werden im Begleitheft zum Förderprogramm (Kaufmann & Lorenz, 2009) detailliert beschrieben, so dass auf ihre Darstellung an dieser Stelle verzichtet werden kann.

Gezielte Förderung

Der Entwicklungsstand des Kindes kann mit den zugehörigen Standortbestimmungen „Elementar 1“ bzw. „Elementar 2“ erfasst werden. Insbesondere sollen auf diese Weise Entwicklungsrückstände aufgedeckt werden, die eine genauere Beobachtung und eventuell Förderung erfordern. Die Durchführung der Standortbestimmung ist jedoch keine Voraussetzung für die Fördermaßnahme. Weiterhin geben (zum Programm gehörige) Beobachtungsbögen einen Überblick über die Lernfortschritte und sind durch Hinweise auf passende Fördervorschläge ergänzt (Kaufmann & Lorenz, 2009).

Material

Ein ausführlicher Überblick über das Material aus dem Förderprogramm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ finden sich im zugehörigen Begleitheft. Der Einsatz und Umgang mit dem Material (Spielanleitungen usw.) wird auf den zugehörigen Materialkarten beschrieben, Kinderkarten „dienen als Anregung für die Kinder, selbstständig mit dem bereitgestellten Material umzugehen“ (Kaufmann & Lorenz, 2009). Außerdem beschreiben die Autoren im Begleitheft Vorschläge für weitere „Aktivitäten im Alltag“.

Lernfortschrittsheft

Zum Programm „Elementar“ gehört für jedes Kind ein eigenes Lernfortschrittsheft, wobei zwei Varianten (Lernfortschrittsheft bis 5 Jahre und Lernfortschrittsheft ab 5 Jahre) existieren. Die enthaltenen Arbeitsaufträge können von den Kindern relativ selbstständig bearbeitet werden. Falls weiterer Förderbedarf besteht, finden sich als Kopiervorlage auf einer beiliegenden CD ergänzende Übungen.

3.6.2 Durchführung der Fördermaßnahme

Organisation

Zu Beginn der Fördermaßnahme erhielten die Erzieherinnen nach der – von der Projektleiterin durchgeführten - Standortbestimmung (vgl. Unterkapitel 3.3) einen schriftlichen Überblick über die Defizite und Fördermöglichkeiten des einzelnen Kindes. Ein Beispiel hierfür ist in der folgenden Tabelle zu sehen.

Name	Defizite (nach Standortbestimmung)	Förderung mit „Elementar“ (Beispiele)	Aktivitäten im Alltag (siehe Begleitheft)
Kind 1	Raumlage, Muster ergänzen, Zahlsymbole schreiben, Mengen zerlegen	Lage eines Objekts im Wimmelbild beschreiben, Nachstellen der Lage von Würfeln und Geoplättchen; Muster mit Bären erfinden, Muster stempeln; 20er-Tableau	S.14, 19, 26
Kind 2	Mengen zerlegen	Schüttelbox, 20er-Tableau	S.26
Kind 3	Raumlage, Symmetrien erkennen, Mengen zerlegen	Bären- und Würfelstelldiktat; Spiegelbilder suchen (Würfelkarten); 20er-Tableau	S.14, 18, 26

Tabelle 11: Beispiele für Defizite und Fördermöglichkeiten mit „Elementar“

In jedem Kindergarten förderte die Projektleiterin gemeinsam mit einer Erzieherin einmal wöchentlich (Projekttag) die Kinder mit Elementen aus dem Förderprogramm. Im Anschluss an die Förderung am Projekttag besprachen die Erzieherin und die Projektleiterin jeweils den Verlauf der vorangegangenen Sitzung sowie besondere Auffälligkeiten (beispielsweise aufgefallene Defizite oder Fortschritte, besonderes Verhalten usw.) einzelner Kinder. Des Weiteren wurden, bei besonderem Anlass, verabredete und gezielte Gespräche über einzelne Kinder geführt.

Die Eltern der Kinder aus den Fördergruppen hatten über den gesamten Förderzeitraum die Möglichkeit Kontakt mit der Projektleiterin aufzunehmen. Sie interessierten sich für die Ergebnisse der Tests, aber auch für die mathematische Entwicklung. Bei festgestellten Defiziten wurden den Eltern Tipps zur Förderung im Alltag (aus dem Begleitheft) gegeben. Die Erzieherinnen zeigten weiterhin in Elterngesprächen den Eltern das Heft der Standortbestimmung und/oder das Lernfortschrittsheft ihrer Kinder, um Defizite oder besondere Fähigkeiten anschaulich zu machen.

Teilweise nutzten die Erzieherinnen außerdem die Ergebnisse aus der Standortbestimmung sowie weitere festgehaltene Beobachtungen als zusätzlichen Hinweis zur Bestimmung der Schulreife der einzelnen Kinder.

1. Förderung am Projekttag

Am Projekttag (einmal wöchentlich) förderte die Projektleiterin die Kinder mit Elementen aus dem Förderprogramm. Dabei war jeweils eine Erzieherin anwesend, welche die Fördermaßnahme unterstützte und zugleich im Einsatz mit dem Förderprogramm geschult[64] wurde. Dabei fand die Förderung in einem separaten Nebenraum oder in einem vorher klar definierten Teil des Gruppenraumes statt. Die Fördermaßnahme wurde zumeist in Kleingruppen durchgeführt, bei bestimmten Arbeitsaufträgen und den entsprechenden Arbeitsformen wurden aber bis zu zehn Kinder parallel in die Fördermaßnahme integriert. Je nach Alter der Kinder, ihrer Konzentrationsdauer und den jeweiligen Arbeitsaufträgen variierte die Dauer der Fördermaßnahme am Projekttag für jedes einzelne Kind, jedoch unterschritt sie nie 20 Minuten.

Am Projekttag[65] wurde das Material Schritt für Schritt eingeführt, d.h. es wurden pro Woche zwei oder drei neue Spiele erklärt. So hatten die Kinder Zeit sich intensiv mit dem

[64] Zusätzlich erhielten die Erzieherinnen aller teilnehmenden Fördergruppen eine Einführung in Konzeption des Förderprogramms und den Einsatz seiner Materialien.
[65] Das Förderprogramm lässt auch andere Einsatzmöglichkeiten zu: Beispielsweise könnten den Kindern alle Materialien gleichzeitig zur Verfügung gestellt werden und ihnen somit die Möglichkeit gegeben werden, die Materialien mithilfe der Kinderkarten selbst zu entdecken.

Material zu beschäftigen, was selbstverstärkend wirkte. Denn durch das regelmäßige Spielen (Üben) hatten die Kinder schnell Erfolgserlebnisse und waren dadurch wiederum motivierter sich noch häufiger mit dem Material zu beschäftigen (Prinzip der positiven Rückkopplung).

2. Förderung durch die Erzieherinnen[66]

Durch seine Konzeption als Materialsammlung ist das Förderprogramm relativ flexibel gestaltet, insbesondere müssen nicht alle vorgeschlagenen Aktivitäten durchgeführt werden und ihre Reihenfolge ist frei wählbar. Somit sind Fördermaßnahmen unterschiedlicher Intensität möglich. Wie die Tabelle zeigt, gab es große Unterschiede in der Häufigkeit und Art des Einsatzes des Programms „Elementar" zwischen den Kindergärten. In zwei Kindergärten wurde das Förderprogramm ausschließlich an den Projekttagen verwendet, was mit Zeitmangel begründet wurde.

	„Wie oft wurde das Material aus dem Programm verwendet?"	„Wie oft wurden die Lernhefte verwendet?"	„In welcher Weise wurde das Material außerhalb des Projekttages eingesetzt?"
Kiga A	Mehr als 2 Mal pro Woche	2 Mal pro Woche	Ausgewähltes Material stand den Kindern frei.
Kiga B	2 Mal pro Woche	1 mal pro Woche (nur am Projekttag)	Es wurde den Kindern gezielt Material gegeben.
Kiga C	1 mal pro Woche (nur am Projekttag)	1 mal pro Woche (nur am Projekttag)	-
Kiga D	1 mal pro Woche (nur am Projekttag)	1 mal pro Woche (nur am Projekttag)	-
Kiga E	Mehr als 2 Mal pro Woche	Mehr als 2 Mal pro Woche	Es wurde den Kindern gezielt Material gegeben.

Tabelle 12: Unterschiede zwischen den Kindergärten

Für die Kindergärten, in denen eine Förderung außerhalb des Projekttages stattfand, wurde von den Erzieherinnen und der Projektleiterin gemeinsam Material für die Zeit zwischen den Projekttagen ausgewählt. Zu dieser Auswahl gehörten jeweils Materialien, welche am vorhergehenden Projekttag verwendet wurden sowie Materialien, die bereits seit Längerem den Kindern bekannt waren und ihnen regelmäßig wieder angeboten wurden. Die Konzeption des Förderprogramms lässt offen, ob die Kinder zu bestimmten Zeiten von der Erzieherin ausgewählte Aufgaben bearbeiten oder die Aktivitäten in die Freispielzeiten integriert werden. In der vorliegenden Untersuchung wurde dieser Flexibilität Rechnung getragen, indem der Einsatz der Fördermaßnahme der jeweiligen Struktur der Kindergärten angepasst wurde. In zwei der teilnehmenden Kindergärten wurde den Kindern von der Erzieherin regelmäßig gezielt Material gegeben, in einem weiteren Kindergarten stand den Kindern das - für die Woche - ausgewählte Material während der Freispielzeit zur Verfügung (vgl. obige Tabelle).

Arbeitsformen

Die im Folgenden beschriebenen Arbeitsformen wurden je nach Arbeitsauftrag[67] und den Fähigkeiten und Vorlieben der an der Fördereinheit teilnehmenden Kinder ausgewählt.

---

[66] Im Förderzeitraum hatten die Erzieherinnen ständig Zugang zu allen Elementen des Förderprogramms.

[67] Die Arbeitsaufträge werden in dieser Arbeit teilweise als Spiele bezeichnet, auch wenn dies im eigentlichen Sinne nicht korrekt ist, da sie gerade nicht „zweckfreie, spontane, freiwillige, von innen heraus motivierte, lustbetonte und phantasiegeleitete" Tätigkeiten sind (Wörterbuch Pädagogik, Schaub, H. &

1. Partner- oder Gruppenarbeit

Viele Aufgaben mit Material aus dem Förderprogramm können nur mit einem Partner oder in einer Gruppe bearbeitet werden. Dazu gehören Regelspiele wie das Würfelspiel „Durch die Blume“[68] oder das „Memospiel (K38)“, bei dem die Partner bzw. Gruppenmitglieder gegeneinander antreten. Um diese Spiele spielen zu können, müssen die Kinder erstens ein Regelverständnis entwickelt haben (Oerter, 2008, S. 244) und zweitens „Verlieren können“, das heißt Frust und Ärger regulieren. Bei anderen Aufgaben wie „Anzahl erraten“[69] gibt es einen sog. Spielleiter und Mitspieler, beide Rollen können von Kindern ausgeführt werden. Bei einer dritten Art von Aufgaben müssen die Kinder miteinander kooperieren, um ein gemeinsames Ziel zu erreichen. Ein Beispiel hierfür ist das „Stelldiktat (K26)“. Woolfolk (Woolfolk, 2008) erklärt, dass nicht nur die Motivation durch diese Art des Lernens (kooperatives Lernen) gesteigert werden kann, sondern auch die Persönlichkeitsentwicklung unterstützt wird.

Bei einigen Aufgaben ist es von Vorteil, wenn die Partner bzw. Gruppenmitglieder ungefähr gleich stark sind. Denn je größer die Leistungsunterschiede sind, umso wahrscheinlicher wird die Partnerarbeit zu einer Art „Helferunterricht“ (Meyer-Willner, 2004).

2. Einzelarbeit

Einige Arbeitsaufträge konnten nur einzeln ausgeführt werden, dazu gehörte insbesondere die Bearbeitung des Lernfortschrittsheftes. In der vorliegenden Untersuchung erhielt jedes Kind der Fördergruppe ein Lernfortschrittsheft, welches sie regelmäßig bearbeiteten[70]. Diese Art des selbstständigen Arbeitens ist für viele Kinder neu und muss erst gelernt werden. Die Schwierigkeit ist dabei für das Kind auch bei längeren Aufgaben „durch zu halten“, was besonders problematisch ist, wenn sie nicht sofort gelingen. Laut Berk (Berk, 2005, S. 333) lassen sich einige Kinder durch „Versagen“ leicht entmutigen und „schlussfolgern daraus, dass sie der Aufgaben nicht gewachsen sind“. Konnten die Kinder die „Durststrecke“ überwinden und die schwierige Aufgabe beenden, reagierten[71] sie jedoch besonders stolz[72]. Man muss hier anmerken, dass es sich Stolz im Vorschulalter nach Holodynski (Holodynski, 2005, S. 130) um eine „an Öffentlichkeit gebundene Selbstbewertung handelt, da sich die „internalisierte Selbstbewertung, bei der Kinder für sich alleine mit Stolz … reagieren, … erst im Grundschulalter herauszubilden“ scheint.

3. Stationenlernen

Das Programm „Elementar“ macht Vorschläge, jedoch keine Vorgaben, in welcher Form Aktivitäten mit dem Förderprogramm stattfinden. Eine interessante und - mit den an der

---

Zenke, K. G., 2007, S. 623). Da die Begriffe Arbeitsaufträge oder Übungen im Elementarbereich jedoch sehr ungewohnt klingen und eher an die Schul- oder Arbeitswelt erinnern wird diese Ungenauigkeit in Kauf genommen.

[68] Alle Spielvorschläge entstammen dem Förderprogramm und werden auf den Materialkarten beschrieben.

[69] Dieses Spiel wird auf Materialkarte 1 beschrieben: „Ein Kind legt eine selbst gewählte Anzahl von Bären in das Stoffsäckchen. Die Mitspieler schätzen, wie viele es sind. Wird eine falsche Anzahl genannt, sagt das Kind, ob es mehr oder weniger sind, so lange, bis die richtige Anzahl erraten ist.“

[70] Die Lernfortschrittshefte der Kinder, welche zu Beginn der Fördermaßnahme zwei Jahre vor Schuleintritt standen, wurden durchgängig vollständig bearbeitet. Die etwas umfangreicheren Lernfortschrittshefte der Kinder im letzten Kindergartenjahr, wurden nicht von allen teilnehmenden Kindern vollständig bearbeitet.

[71] Ein häufiger Kommentar war dann: „Ich habe das ganz alleine geschafft“.

[72] Stolz steht im direkten Zusammenhang mit Leistung (Berk, 2005, S. 539).

vorliegenden Untersuchung teilnehmenden Kindergärten[73] - erprobte Form ist das „Stationenlernen“. Das ist eine Arbeitsform, die vor allem im Sport bekannt ist unter dem Namen „Zirkeltraining“, aber auch in der Primarstufe praktiziert wird (Link, 2004).

Ein großer Vorteil für den Einsatz dieser Methode im Kindergarten ist, dass sie auch für heterogene Lerngruppen - nach (Link, 2004) sogar „besonders für leistungsdifferenzierten und individualisierten Unterricht in heterogenen Lerngruppen“ - geeignet ist: Jedes Kind kann in seinem eigenen Tempo arbeiten.

Im Folgenden wird die Art der Durchführung des Stationenlernens in den – an der vorliegenden Untersuchung teilnehmenden – Kindergärten und einige Anforderungen, die sich mit dieser Arbeitsweise im Kindergarten herausgestellt haben, beschrieben.

An mehreren Stationen sind Spiele aufgebaut, die den Kindern bereits bekannt sind. Die folgende Tabelle stellt ein Beispiel[74] für den Aufbau vor:

Station	Maximale Anzahl Kinder	Aufgabe
1	1	Mosaik nachlegen (K21)
2	2	Fühlmemo-Spiel (K3)
3	2	Stelldiktat (K26)
4	3	Würfelspiel „Ab in die Mitte“
5	1	Freies Legen von Figuren (K15)
6	3	„Stechen“ (K36)
7	1	Erkennen der Wimmelbildkärtchen

Tabelle 13: Stationenlernen

Die Kinder wählen frei ihre erste Station und bestimmen selbst, wann sie die Station wechseln. Bei Stationen, die nur in Partner- oder Gruppenarbeit möglich sind (beispielsweise ein Memory-Spiel) sollen die Kinder möglichst selbstständig einen Partner finden bzw. eine Gruppe bilden. Die Erzieherin kann diesen Vorgang selbstverständlich mit Ratschlägen unterstützen. Sie greift aber nur ein, wenn sie merkt, dass ihre Hilfe dringend nötig ist. Damit fördert das Stationenlernen zugleich die sozialen Fähigkeiten der Kinder.

Einige Anforderungen werden aber an diese Arbeitsweise im Kindergarten gestellt:

1. Die Materialien sollten übersichtlich aufgebaut sein. Insbesondere dürfen sich die Kinder nicht gegenseitig ablenken, was häufig geschieht, wenn die Stationen um einen Gruppentisch herum aufgebaut werden. Deshalb muss der Raum ausreichend groß sein.
2. Das Zirkeltraining kann nicht im Gruppenraum stattfinden, da sonst die Kinder zu sehr abgelenkt werden (hoher Geräuschpegel) und (kleinere) Kinder die Arbeit stören. Es muss also ein separater Raum (z.B. ein „Intensivzimmer“[75]) zu Verfügung stehen.

[73] Diese Arbeitsform wurde in den Kindergärten jeweils mehrmals eingesetzt.
[74] Alle Aufgaben sind den Materialkarten entnommen.
[75] In (Tietze & Viernickel, 2007) wird ein solcher Raum in Kindertagesstätten gefordert: „Jeder Gruppe in der Kindertageseinrichtung steht neben ihrem Gruppenraum mindestens ein Nebenraum täglich zur Verfügung.“

3. Die Spiele sollten vorher bekannt sein, diese Form eignet sich nicht zur Einführung von neuem Material.[76]
4. Die Stationen sollten zu Beginn für alle Kinder kurz erklärt werden. Wenn die Arbeitsweise und die Aufgaben bekannt sind, können die Kinder aber sehr schnell anfangen.
5. Es müssen gewisse soziale und persönliche Fähigkeiten (z.B. ein ausreichendes Maß an Aufmerksamkeit und Konzentrationsfähigkeit, Fähigkeit zu selbstständigen Arbeiten und Arbeiten in Gruppen usw.) bei den Kindern bereits entwickelt sein. Erfahrungsgemäß ist diese Arbeitsform für die meisten Vorschüler und einige Vierjährige bereits sehr gut geeignet.

Im Rahmen des Zirkeltrainings wurde folgende Art der Selbstkontrolle für die Kinder eingeführt: Jedes Kind bekommt zu Beginn des Zirkeltraining ein kleines Blatt und beschriftet es mit seinem Namen. An jeder Station liegen - je nach Schwierigkeitsgrad der Aufgabe - ein bis drei Chips (d.h. ein Chip für eine leichte Aufgabe, zwei Chips für eine mittelschwierige und drei Chips für eine schwierige/zeitaufwendige Aufgabe) und ein Buntstift. Nach jeder erfolgreich gelösten Aufgabe malt sich das Kind so viele Punkte (Striche, Herzen, Ostereier…) wie Chips bei der Aufgabe liegen auf sein Blatt. Es hat sich als hilfreich erwiesen verschiedenfarbige Stifte zu benutzen. Dann ist direkt ersichtlich, an welchen Aufgaben das Kind schon gearbeitet hat.

Es wurde beobachtet, dass die Kinder nicht nur sehr gut erkannt haben, ob sie eine Aufgabe richtig[77] gelöst haben, sondern auch „ehrlich“ mit sich selbst waren: Sie haben sich meist die richtige Zahl von Punkten gegeben. Leider handelt es sich hier nur um subjektive Beobachtungen, da die Zeit fehlte das Verhalten jedes einzelnen Kindes genau zu protokollieren. Diese Beobachtung ist allerdings konform mit dem Erreichen des „Niveau 1: Das Tüchtigkeitsselbst“ von (Oerter, 2008, S. 235). Demnach kann ein Vorschulkind sich „Gütemaßstäbe setzen und seine Tüchtigkeit mehr oder minder realistisch einschätzen“.

Einige Kinder versuchten ehrgeizig den ganzen Zettel voller Punkte zu „erarbeiten“. Sie nahmen das bemalte Blatt gerne mit nach Hause, um es den Eltern zu zeigen. Einen möglichen negativen Effekt hat die Selbstkontrolle: Sie wird leicht zur gegenseitigen Kontrolle unter den Kindern. Bei zu großem Konkurrenzgedanken („Wer hat die meisten Punkte?“) muss die Erzieherin dann regulierend eingreifen. Sie kann die Situation beispielsweise als Anlass nehmen über Bewertungen, gegenseitigen Respekt, den Umgang mit Schwächeren usw. zu reden. Im Extremfall (wenn die Konkurrenz zu einem echten Konkurrenzkampf führt) muss sie die Selbstkontrolle abbrechen.

3.7 Auswertung der Daten

In diesem Unterkapitel werden die statistischen Verfahren vorgestellt. Die Ergebnisse der Tests vor Beginn der Förderung wurden auf Unabhängigkeit, Normalität und Korrelationen untersucht. Für die Suche nach möglichen fundamentalen Variablen, wurde außerdem eine Faktorenanalyse durchgeführt. Am Ende und ein Jahr nach Ende der Fördermaßnahme

[76] Nach (Link, 2004) „dient (Stationenlernen) der Übung und Vertiefung“. Beim Stationenlernen sollten die Aufgaben der einzelnen Stationen innerhalb relativ kurzer Zeit bearbeitet werden können, damit die Kinder möglichst jede Station durchlaufen können. Bei der Einführung von neuem Material müssen die Kinder hingegen genügend Zeit haben dieses zu entdecken und auszuprobieren.
[77] Im Zweifel konnten sie die anwesende Erzieherin oder Projektleiterin fragen.

kam eine Pfadanalyse hinzu, um Zusammenhänge zwischen den Variablen aufzudecken. Für die Auswertung der Daten wurden die Computersoftwaren SPSS Statistics[78] und AMOS[79] verwendet.

Statistische Tests vor Beginn der Fördermaßnahme

Vor Beginn der Fördermaßnahme wurden die Standortbestimmungen „Elementar 1“ und „Elementar 2“ durchgeführt.

Unabhängigkeit

Zunächst wird untersucht, ob die vier erhobenen endogenen Variablen Geschlecht, Alter, Kindergartenort und Muttersprache[80] paarweise unabhängig sind. Das Alter der Kinder wird in Monaten gemessen, bei einigen Untersuchungen werden die Kinder aber in Altersgruppen (Kinder, die innerhalb dreier Monate geboren waren) zusammengefasst. Somit besteht die Möglichkeit das Alter der Kinder sowohl als metrische als auch als kategorielle Variable aufzufassen. Die Unabhängigkeit der exogenen Variablen wird üblicherweise mit dem Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest von Pearson überprüft. Eine wichtige Annahme dieses Testes ist jedoch, dass die erwartete Anzahl in jeder Zelle der Kontigenztabelle größer als 5 ist. Da diese Annahme in einigen Fällen nicht erfüllt werden konnte, werden einige Ergebnisse mit dem Fisher-Exakt-Test überprüft. Dieser Test ist ebenfalls ein Signifikanztest auf Unabhängigkeit zweier Variablen, darf jedoch auch bei einer kleinen Anzahl von Beobachtungen (hier: weniger als 5 Beobachtungen pro Zelle) angewandt werden. Er ist kein asymptotischer Test, der die approximative χ^2-Verteilung der Daten benutzt, sondern er berechnet die exakten Wahrscheinlichkeiten. Da der Fisher-Exakt-Test sehr rechenintensiv ist, wird vorzugsweise den Chi-Quadrat-Test benutzt, wenn dessen Voraussetzungen erfüllt sind.

Normalität

Ob die Ergebnisse der Tests normalverteilt sind, wird mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test überprüft. Dieser Test vergleicht die empirische Verteilungsfunktion mit der Normalverteilung, die den gleichen Mittelwert und die gleiche Standardabweichung hat.

Korrelationen

Mit Pearsons Korrelationskoeffizient werden beispielsweise Korrelationen zwischen Ergebnissen der Untertests untersucht. Um seine Signifikanz zu überprüfen, müssen die Daten normalverteilt sind. Der nicht-parametrische Spearman Rangkorrelationskoeffizient wird verwendet, wenn die Daten nicht normalverteilt sind (beispielsweise das Alter). Bei Korrelationen, die das Geschlecht betreffen, wird eine punkt-biserielle Korrelation nach Pearson verwendet. Diese Korrelation wird benutzt, wenn eine Variable dichotom (im diesem Fall männlich oder weiblich) ist.

Mit einem t-Test auf Signifikanz überprüft man die Hypothese, dass der Korrelationskoeffizient gleich 0 ist (also, dass es einen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt). Korrelationen liefern Hinweise auf mögliche Kausalitäten, stellen aber als solche keine Kausalitäten dar. Dies muss aus theoretischen Überlegungen hergeleitet werden. Ist dieser Sachverhalt geklärt, liefert das Bestimmtheitsmaß R^2 den Anteil der

[78] SPSS Statistics: Software zur statistischen Analyse von Daten
[79] AMOS (Analysis of Moment Structures): Software zur Auswertung von Strukturgleichungsmodellen
[80] „Spricht mindestens ein Elternteil mit dem Kind hauptsächlich nicht-deutsch?“ (vgl. Unterkapitel 3.4)

erklärten Varianz der abhängigen Variablen (in diesem Fall des Testergebnisses). Im Fall von nur einer unabhängigen Variablen entspricht das Bestimmtheitsmaß R^2 Pearsons Korrelationskoeffizient, im Fall von mehreren Variablen entspricht R^2 dem sogenannten multiplen Korrelationskoeffizient. Bei Spearmans Rangkorrelationskoeffizient muss dieses Bestimmtheitsmaß jedoch anders interpretiert werden, nämlich als Anteil an Varianz in den Rängen zweier Variablen.

Faktorenanalyse

Das Ausgangsdatum für eine Faktorenanalyse ist die Korrelationsmatrix der ursprünglichen Variablen. Diese muss zuerst auf ihre Eignung für die Faktorenanalyse geprüft werden. Wir verwenden zwei verschiedene Prüfmethoden: Nämlich erstens die Anti-Image-Kovarianzmatrix, welche besagt, dass die Korrelationsmatrix ungeeignet ist, wenn der Anteil der nicht-diagonal Elemente > 0,09 mehr als 25 % betragen. Zweitens das Kaiser-Meyer-Olkin-Kriterium (MSA[81]-Kriterium), wobei eine Korrelationsmatrix mit MSA < 0,5 nicht für die Faktorenanalyse geeignet ist.

Ein Grundproblem der explorativen Faktorenanalyse ist die Festlegung der Anzahl der Variablen, auf die reduziert werden soll. Eine geeignete Anzahl von Variablen lässt sich durch das Kaiser-Kriterium oder den sogenannten Scree-Test bestimmen, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll (Backhaus, Erichson, Plinke, & Weiber, 2010).

Tests am Ende der Fördermaßnahme

An dieser Stelle sollen nur die statistischen Methoden beschrieben werden, die nicht bereits für die statistische Analyse der Tests vor Beginn der Fördermaßnahme angewandt wurden.

Pfadanalyse

Die Pfadanalyse wird im Gegensatz zur (multiplen) Regressionsanalyse benutzt, wenn eine klare Unterscheidung zwischen abhängigen und unabhängigen Variablen nicht mehr möglich ist. Hierfür werden die Variablen in sogenannte exogene Variablen, d.h. Variablen die das Modell nicht erklären kann, und endogene Variablen, d.h. Variablen, die das Modell (teilweise) erklären kann, aufgeteilt.

Vor der Anwendung der Pfadanalyse muss eine sachlogische Vorstellung der Kausalzusammenhänge des Modells, d.h. eine „a-priori Formulierung eines geschlossenen kausalen Modells" (Weiber & Mühlhaus, 2009, S. 25), vorliegen. Dieses Modell enthält nämlich die theoretisch begründeten kausalen Beziehungen zwischen exogenen und endogenen Variablen bzw. zwischen endogenen Variablen untereinander sowie mögliche Korrelationen zwischen exogenen Variablen.

Bei der Pfadanalyse werden diese Variablenbeziehungen in einem sogenannten Strukturmodell oder Pfaddiagramm dargestellt.

Die Pfadkoeffizienten werden mit dem Computerprogramm AMOS (Analysis of Moment Structures) ermittelt. Dieses Programm stellt den folgenden – für uns relevanten - „goodness of fit"-Test zur Verfügung: Der RMSEA (Root Mean Sqare Error of Approximation) prüft, ob das Modell die Realität hinreichend gut wiederspiegelt, wobei ein RMSEA von ≤ 0,05 auf einen guten Modellfit schließen lässt (Backhaus, Erichson, &

[81] Measure of sampling adequacy

Weiber, 2010, S. 91). Der CFI (comperative fit index) nimmt Werte zwischen 0 und 1 an, wobei ein CFI nahe 1 einen sehr guten Fit darstellt. Im Chi-Quadrat–Test wird die Nullhypothese, dass die empirische Kovarianzmatrix der modelltheoretischen Kovarianzmatrix entspricht, gegen die Alternativhypothese getestet. In der Praxis wird dann ein Modell angenommen, wenn der Chi-Quadrat-Wert geteilt durch die Freiheitsgrade kleiner 2,5 wird. Die Wahrscheinlichkeit p wird berechnet, um den Fehler 1. Art einschätzen zu können.

Tests ein Jahr nach Ende der Fördermaßnahme

Die hier verwendeten statistischen Methoden entsprechen jenen zur Analyse der Tests am Ende der Fördermaßnahme.

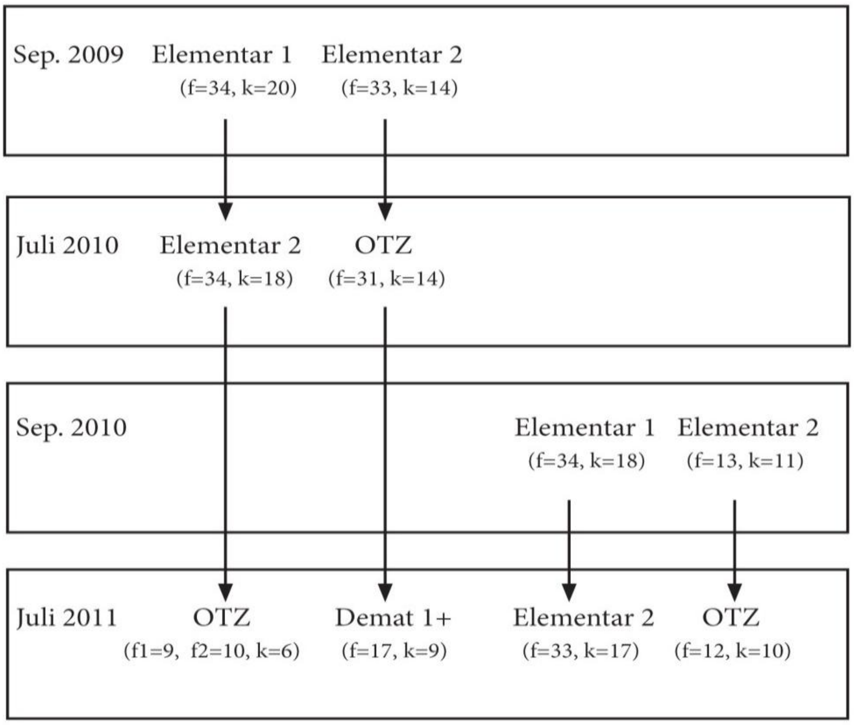
Elternfragebogen

Hier werden Korrelationen berechnet, die statistischen Verfahren entsprechen jenen zum Messzeitpunkt 1.

4 Ergebnisse der Untersuchung

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Tests sowie deren statistische Analyse präsentiert. Gemäß dem Forschungsdesign wurde die Stichprobe in zwei Alterskohorten aufgeteilt, für die unterschiedliche Messinstrumente verwendet wurden. Die Unterkapitel 4.1 und 4.2 werden entsprechend gegliedert, in Unterkapitel 4.3 werden nur Kinder aus der älteren Kohorte untersucht.
Im ersten Unterkapitel werden die Ergebnisse der Tests vor Beginn der Fördermaßnahmen dargestellt. Die Abschnitte beginnen mit der Beschreibung der Stichprobe, wobei auch die Alters- und Geschlechtsverteilung betrachtet wird. In den Ergebnisteilen werden zunächst jeweils die vorgegebenen Punktebewertung der Messinstrumente und statistische Kennwerte wie Mittelwert, Standardabweichung und Bandbreite ihrer Ergebnisse genannt. Anschließend werden Voraussetzungen aufgeführt, die für weitere statistische Analysen (vgl. Unterkapitel 3.7) erfüllt sein müssen. Daraufhin werden Alters- und Geschlechtsunterschiede im Gesamtergebnis, sowie die Ergebnisse der einzelnen Untertests untersucht. Schließlich wird analysiert, ob sich die Untertests möglicherweise zu Faktoren bündeln lassen. In den Unterkapiteln 4.2 (am Ende der Fördermaßnahme) und 4.3 (ein Jahr nach Beendigung der Fördermaßnahme) werden die statistisch signifikanten Unterschiede zwischen der Förder- und der Kontrollgruppe präsentiert. Diese sollen die dargestellten Effekte der Förderung erklären. Das Unterkapitel 4.4 beginnt mit der Darstellung der Ziele des Einsatzes der Elternfragebogen. Weiterhin werden die Stichprobe und die relevanten Ergebnisse aus den Elternfragebogen dargestellt. Dieses Unterkapitel wird abgerundet durch einige Bemerkungen zur Auswertung der Fragebogen.

Die nachfolgende Grafik gibt einen Überblick über den zeitlichen Ablauf der Untersuchung.



f= Anzahl der Förderkinder (f1 nach einjähriger bzw. f2 nach zweijähriger Förderung),
k= Anzahl der Kontrollkinder

Abbildung 3: zeitlicher Ablauf der Untersuchung

4.1 Tests vor Beginn der Fördermaßnahme

Vor Beginn der Fördermaßnahme wurden die vier- bis fünfjährigen Kinder mit der Standortbestimmung „Elementar 1“ und die fünf- bis sechsjährigen Kinder mit der Standortbestimmung „Elementar 2“ (Kaufmann & Lorenz, 2009) getestet. Die Gesamtergebnisse dieser Tests werden in diesem Unterkapitel dargestellt. Weiterhin werden die Ergebnisse der Untertests beider Standortbestimmungen beschrieben und analysiert.

4.1.1 Standortbestimmung „Elementar 1“

Stichprobe

106 Kinder (51 Jungen und 55 Mädchen), die in den Kindergartenjahren 2009/2010 oder 2010/2011 eine von 11 Gruppen in fünf verschiedenen Kindergärten im Raum Heidelberg besuchten, wurden mit der Standortbestimmung „Elementar 1“ getestet.
Folgende Tabelle zeigt die Altersverteilung der Stichprobe, wobei Kinder, die innerhalb eines Vierteljahres geboren wurden, zu einer Altersgruppe zusammengefasst wurden:

Alter der Kinder	3 Jahre	4.0-4.2 Jahre	4.3-4.5 Jahre	4.6-4.8 Jahre	4.9-4.11 Jahre
Anzahl	7	34	22	22	21

Tabelle 14: Altersverteilung - „Elementar 1“ vor Beginn der Fördermaßnahme

7 Kinder waren erst drei Jahre alt. Diese Kinder wurden in die Studie aufgenommen, weil die Erzieherinnen sie als besonders weit entwickelt beschrieben hatten und von einer vorzeitigen Einschulung ausgingen. Der Test „Elementar 1“ fand also bei allen Kindern zwei Jahre vor ihrem voraussichtlichen Schulbeginn statt.

Ergebnisse

Bei der Standortbestimmung konnten maximal 74 Punkte erreicht werden, aufgeteilt auf 36 Punkte im Gruppentest (3 Punkte pro Aufgabe) und 38 Punkte im Einzeltest (6 Punkte pro Aufgabe ET1 bis ET4, 3 Punkte pro Aufgabe ET5 bis ET7 und 5 Punkte für ET8).

Das beste Ergebnis der Stichprobe lag bei 70,5 Punkten, das schlechteste bei 10,5 Punkten, der Mittelwert lag bei 43,53 (mit Standardabweichung s = 12,74).

N	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum
106	43,534	12,7361	10,5	70,5

Tabelle 15: Ergebnisse - „Elementar 1“ vor Beginn der Fördermaßnahme

Voraussetzungen für die weitere statistische Analyse

1. **Paarweise Unabhängigkeit der Parameter**

Zunächst wird geprüft, ob die Parameter „Alter“ (gemessen in Altersstufen), „Geschlecht“, „Muttersprache“ und „Kindergarten“ paarweise unabhängig sind. Dafür wird ein Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest nach Pearson durchgeführt. Teilweise muss das Ergebnis mit dem Fisher-Exakt-Test überprüft werden, da die Anzahl der Beobachtungen in einigen

Fällen relativ klein ist, was die Aussage des Chi-Quadrat-Tests ungültig machen kann. Die Ergebnisse werden in der folgenden Tabelle dargestellt und anschließend beschrieben.

	Geschlecht	Kindergarten	Muttersprache
Alter	$\chi^2[4; N=106] = 10{,}031, p=.040$; Fisher-Test $p=.033$	$\chi^2[12; N=106] = 14{,}401, p=.276$; Fisher $p=.358$	$\chi^2[4; N=106] = 6{,}557, p=.161$; Fisher-Test $p=.175$
Geschlecht		$\chi^2[3; N=106] = 4{,}046, p=.257$; Fisher-Test $p=.277$	$\chi^2[1; N=106] = 0{,}521, p=.470$; Fisher-Test $p=.555$
Kinder-Garten			$\chi^2[3; N=106] = 14{,}138, p=.003$; Fisher-Test, $p=.002$

Tabelle 16: Abhängigkeit zwischen den Parametern - „Elementar 1“ vor Beginn der Fördermaßnahme

Alter – Geschlecht: Die 7 dreijährigen Kinder sind ausschließlich Mädchen. Diese zufällige Konstellation könnte den Zusammenhang von Alter und Testergebnis verfälschen. Die Tests bestätigen die Vermutung, dass bei der gemeinsamen Untersuchung von den Drei- und Vierjährigen, Alter und Geschlecht voneinander abhängen ($\chi^2[4; N=106] = 10{,}031$, $p = .040$; Fisher-Test $p = .033$). Der Test ohne Berücksichtigung der Dreijährigen ergibt wie zu erwarten die Unabhängigkeit der Parameter Alter und Geschlecht ($\chi^2[3; N=99] = 3{,}079$, $p = .380$).

Alter – Kindergarten[82]: Die Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen den Parametern Alter und Kindergarten ($\chi^2[12; N=106] = 14{,}401$, $p = .276$; Fisher $p = .358$). Es kann also von einer Unabhängigkeit der Parameter Alter und Kindergarten ausgegangen werden.

Alter – Muttersprache[83]: Die Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen den Parametern Alter und Muttersprache ($\chi^2[4; N=106] = 6{,}557$, $p = .161$; Fisher-Test $p = .175$). Es kann also von einer Unabhängigkeit der Parameter Alter und Muttersprache ausgegangen werden.

Muttersprache – Kindergarten: Die Parameter Kindergarten und Muttersprache sind signifikant abhängig ($\chi^2[3; N=106] = 14{,}138$, $p = .003$; Fisher-Test, $p = .002$).

Geschlecht – Kindergarten: Die Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen den Parametern Geschlecht und Kindergarten ($\chi^2[3; N=106] = 4{,}046$, $p = .257$; Fisher-Test $p = .277$). Es kann also von einer Unabhängigkeit der Parameter Geschlecht und Kindergarten ausgegangen werden.

Geschlecht – Muttersprache: Die Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen den Parametern Geschlecht und Muttersprache ($\chi^2[1; N=106] = 0{,}521$, $p = .470$; Fisher-Test $p = .555$). Es kann also von einer Unabhängigkeit der Parameter Geschlecht und Muttersprache ausgegangen werden.

[82] Die an der vorliegenden Untersuchung teilnehmenden Kinder besuchten einen von fünf Kindergärten im Raum Heidelberg (vgl. Unterkapitel 3.4).

[83] Es wurde erhoben, ob mindestens ein Elternteil vorwiegend nicht-deutsch mit dem Kind sprach.

Folgende Grafik visualisiert die Abhängigkeiten zwischen den Parametern.

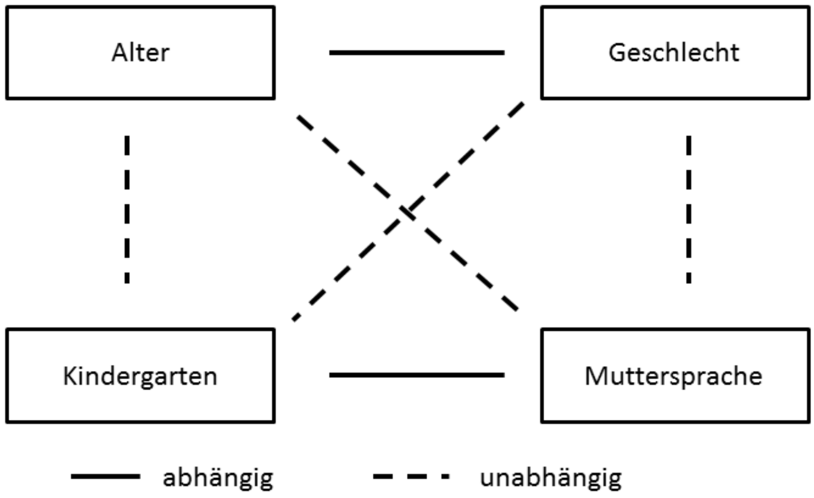


Abbildung 4: Abhängigkeit zwischen den Parametern - „Elementar 1“ vor Beginn der Fördermaßnahme

2. Normalverteilung der Ergebnisse

Weiterhin wurde mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test überprüft, ob die Testergebnisse des „Elementar 1“ normalverteilt sind: Mit einem Signifikanzniveau von .200 weichen die Daten nicht signifikant von der Normalverteilung ab.

Altersunterschiede im Gesamtergebnis

Folgende Tabelle zeigt Mittelwert, Standardabweichung sowie bestes und schlechtestes Ergebnis in den einzelnen Altersstufen.

Altersstufe	N	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum
3	7	33,543	9,2452	22,5	46,7
4a	34	39,176	12,4315	13,0	68,3
4b	22	43,764	14,3438	10,5	70,5
4c	22	48,164	11,2416	20,0	65,5
4d	21	48,829	10,0971	31,0	65,5
Insgesamt	106	43,534	12,7361	10,5	70,5

Tabelle 17: Altersunterschiede - „Elementar 1“ vor Beginn der Fördermaßnahme

Die obige Tabelle zeigt, dass die fast Fünfjährigen ($m = 48,83$, $s = 10,10$) im Schnitt fast 10 Punkte besser abschneiden als die gerade vier Jahre alt gewordenen Kinder ($m = 39,18$, $s = 12,43$).
Mit Spearmans Korrelationskoeffizient lässt sich dieser Eindruck auch statistisch belegen: Alter (in Monaten gemessen) und Gesamtergebnis korrelieren signifikant, $\rho = 0,447$, $p < .01$.
Auch ohne die Dreijährigen korrelieren die Parameter Alter (in Monaten gemessen) und Gesamtergebnis auf dem 1%-Niveau, $\rho = 0,407$.

Geschlechtsunterschiede im Gesamtergebnis

Die nachfolgende Tabelle zeigt Mittelwert, Standardabweichung sowie bestes und schlechtestes Ergebnisse beider Geschlechter.

Geschlecht	N	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum
M	51	44,010	12,9706	10,5	67,0
W	55	43,093	12,6182	20,0	70,5
Insgesamt	106	43,534	12,7361	10,5	70,5

Tabelle 18: Geschlechtsunterschiede - „Elementar 1“ vor Beginn der Fördermaßnahme

In nachfolgender Tabelle werden die Ergebnisse ohne die dreijährigen Kinder dargestellt:

Geschlecht	N	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum
M	51	44,010	12,9706	10,5	67,0
W	48	44,485	12,5083	20,0	70,5
Insgesamt	99	44,240	12,6858	10,5	70,5

Tabelle 19: Geschlechtsunterschiede (ohne 3j.) - „Elementar 1“ vor Beginn der Fördermaßnahme

Die Mittelwerte weichen kaum voneinander ab, Geschlecht und Gesamtergebnis korrelieren nicht signifikant (punkt-biserielle Korrelationskoeffizient nach Pearson $r = 0{,}036$, $p > .05$).

Ergebnisse in den Untertests

Die Standortbestimmung „Elementar 1“ besteht aus 20 Untertests, von denen zwölf in Kleingruppen durchgeführt wurden und acht mit jeweils nur einem Kind. Da die Standortbestimmung auch dem Zweck „mögliche Entwicklungsrückstände“ zu erfassen (Kaufmann & Lorenz, 2009) dient, finden sich dort auch Richtlinien für eventuellen Förderbedarf.

Die Untertests der Standortbestimmung „Elementar 1“ werden im Folgenden kurz beschrieben. Außerdem wurde jeweils untersucht, ob es Unterschiede zwischen den Geschlechtern oder Altersgruppen gibt. Eine Übersicht über die statistischen Kennwerte findet sich in Tabelle 43 (Anhang D). Außerdem wird dort angegeben, wie viel Prozent der Kinder die maximale Punktzahl erreicht haben bzw., bei wie viel Prozent der Kinder Förderbedarf[84] festgestellt wurde.

<u>T1 „Fahre mit dem Bleistift entlang“ ($m = 2{,}67$, $s = 0{,}60$)</u>

Bei der Einstiegsaufgabe sollen die Kinder drei „Straßen“ mit dem Bleistift entlang fahren. Die Schwierigkeit dabei ist, Auge und Motorik so zu koordinieren, dass der Stift in der Begrenzung bleibt. Der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, $r = 0{,}212$, p (einseitig) $< .05$.

<u>T2 „Gleiche Farbe“ ($m = 2{,}70$, $s = 0{,}79$)</u>

Um diese Aufgabe erfolgreich zu lösen, sollen die Kinder in der Gesamtfigur vier eingebettete geometrische Teilfiguren (Quadrat, Dreieck, Kreis, Rechteck) wiedererkennen und mit der entsprechenden Farbe anmalen. Die Bearbeitung dieser Aufgabe dauerte bei

[84] Nach Empfehlung der Autoren der Standortbestimmung.

einigen Kindern relativ lange[85], so dass die Konzentrationsfähigkeit oft während der Bearbeitung nachließ. Trotzdem fiel diese Aufgabe den meisten Kindern leicht, 83 % der Kinder lösten sie vollständig richtig. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

T3 „Gleiche Form“ ($m = 2,47$, $s = 0,75$)

Aus verschiedenen Formen (Kreis, Drei-, Vier, Fünf- und Sechseck), soll in jeder Reihe (mit drei oder vier Elementen) die angegebene Form wiedererkannt und durchgestrichen werden. Den meisten Kindern waren die geometrischen Formen bekannt, sie mussten jedoch nicht benannt werden. Ältere Kinder lösten diese Aufgabe im Schnitt besser als jüngere Kinder: Der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, $r = 0,251$, $p < .01$.

T4 „Präposition“ ($m = 2,15$, $s = 0,92$)

Es sind zwei Bildchen mit Kreis, Dreieck und Viereck in verschiedener Anordnung vorgegeben. Die Kinder sollten entscheiden, welche (räumliche) Anordnung vom Versuchsleiter beschrieben wurde. Die Kinder benötigen eine hohe Sprachkompetenz, um diese Aufgabe zu meistern. Wenn sie diese Aufgabe nicht lösen können, ist manchmal unklar, ob es sich um ein Wahrnehmungs- oder Sprachproblem handelt (Kaufmann, 2010, S. 81). Hierzu wäre eine zusätzliche Sprachstandsaufnahme wie durch den „Heidelberger Sprachentwicklungstest“ (Grimm & Schöler, 1991) notwendig gewesen. Aufgrund der benötigten Sprachkompetenz ist es nicht verwunderlich, dass der Parameter Alter (in Monaten gemessen) signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, $r = 0,175$, $p < .05$ korreliert.

T5 „Gleiche Figur“ ($m = 2,65$, $s = 0,71$)

Unter 20 verschiedenen (auch in der Größe variierenden) Figuren, sollen die Kinder eine vorgegebene Figur (Dreieck) mehrmals wiederfinden und durchstreichen. Diese Aufgabe ähnelt sehr stark Aufgabe T3, daher korrelieren die Ergebnisse dieser beiden Test signifikant ($r = 0,411$, $p < .01$). Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

T6 „Male ab“ ($m = 1,60$, $s = 0,90$)

Zwei geometrische Bilder mit zwei (Kreis, Dreieck) bzw. drei Figuren (Kreis, Dreieck, Quadrat) sollten von den Kindern abgezeichnet werden, wobei die Anordnung der Figuren zu berücksichtigen ist. Diese Aufgabe ist für die Kinder sehr ungewohnt. Denn obwohl Kinder schon während des zweiten Lebensjahres zu malen beginnen (Berk, 2005), haben sie mit vier Jahren häufig wenig Erfahrung mit geometrischen Zeichnungen gemacht, sondern zeichnen in diesem Alter meist sehr gegenständlich, beispielsweise Häuser, Blumen, Autos, Menschen. Die Zeichnungen in Abb. 27 (Anhang C) zeigen, dass einige Kinder sowohl bei der Anordnung der Figuren (die räumliche Beziehung muss wahrgenommen und anschließend wiederhergestellt werden) als auch bei der Zeichnung der einzelnen Formen (insbesondere beim Dreieck) Schwierigkeiten hatten. Auch hier korreliert der Parameter Alter (in Monaten gemessen) signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, $r = 0,330$, $p < .01$.

T7 „Was passt nicht?“ ($m = 2,09$, $s = 1,00$)

In den drei Teilaufgaben zu T7 sind jeweils vier Bildchen vorgegeben, von denen eins nicht in die Reihe (Bsp. dritte Reihe: Zange, Apfel, Banane, Birne) passt und

[85] Die exakte Bearbeitungsdauer wurde nicht erfasst.

durchgestrichen werden soll. Bei Aufgaben von diesem Typ soll das Kind Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den Objekten erkennen, um das nicht-passende Bildchen zu identifizieren. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

T8 „Welcher Stein fehlt?“ (m = 0,96, s = 0,80)
In den drei Teilaufgaben ist jeweils ein Mosaik dargestellt, welches aus vier Kacheln besteht. Zu jedem Mosaik ist ein weiteres identisches Mosaik abgebildet, dem eine Kachel fehlt. Aus vier vorgegebenen Möglichkeiten soll die Kachel gefunden werden, die das Mosaik richtig ergänzt. Die Struktur des Mosaiks lässt sich nicht direkt ablesen, sondern muss entdeckt werden (Kaufmann, 2010, S. 72). Diese Aufgabe war sehr schwierig, sie wurde nur von drei der 106 Kinder vollständig richtig gelöst. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

T9 „Kreise wie Bären“ (m = 1,78, s = 1,11)
Für jede Teilaufgabe sind zwei Kästchen gegeben: Im oberen Kästchen befinden sich (sechs bzw. vier bzw. acht) Bären, das untere Kästchen ist frei. Die Kinder sollen in das untere Kästchens ebenso viele Kreise malen, wie im oberen Kästchen Bären dargestellt sind. Diese Aufgabe kann auf zwei verschiedene Arten gelöst werden. Entweder zählt das Kind die Bären und malt dann ebenso viele Kreise in die leere Zeile oder es malt unter jeden Bär genau einen Kreis. Für letztere (sog. Eins-zu-Eins-Zuordnung) ist noch „kein Zahlwissen erforderlich“ (Krajewski, 2008, S. 59). Beide Lösungsmöglichkeiten werden grafisch in Abb. 29 (Anhang C) dargestellt. Relativ häufig sind bei dieser Aufgabe systematische Fehler aufgetreten, beispielsweise haben einige Kinder (wie in Abb. 28 im Anhang C) immer einen Kreis zu wenig gemalt. Manche Kinder haben die Aufgabe nicht verstanden, weil ihnen die Bedeutung von „genauso viele“ nicht klar war. Sie malten dann einfach „viele“ Kreise. Es wurde aber in der Bewertung kein Unterschied zwischen diesen „falschen“ Lösungen gemacht, sondern es gab einen Punkt pro richtig gelöste Teilaufgabe. Der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, $r = 0{,}320$, $p < .01$.

T10 „Was gehört zusammen?“ (m = 2,69, s = 0,73)
In Aufgabe T10 sind drei Kästen mit je vier bzw. sechs Bildchen vorgegeben. Von den Bildchen gehören jeweils zwei zusammen (1. Krokodil-Schlange, Bus-Auto; 2. Ananas-Erdbeere, Fahrrad-Dreirad; 3. Dampfer-Segelboot, Zange-Hammer, Elefant-Giraffe). Die Kinder sollen die zusammengehörigen Bildchen verbinden. Bei dieser Aufgabe muss den Kindern der Oberbegriff (die Kategorie) zu den Objekten bekannt sein. Sie müssen beispielsweise erkannt haben, dass Apfel und Birne zu einer Kategorie (Obst, Essen…) gehören und Hammer und Zange zu einer anderen Kategorie (Werkzeug…). Diese Aufgabe fiel den meisten Kindern sehr leicht, 81,1% der Kinder lösten sie vollständig richtig. Alle Antworten, die nicht in das vorgegeben Konzept passten (also beispielsweise Hammer und Apfel verbunden) wurden als falsch gewertet. Eigentlich hätte bei jeder „fehlerhaften Antwort“ das Kind nach einer Erklärung gefragt werden müssen. Das Kind kann nämlich durchaus richtige Kategorien gebildet haben (im Beispiel: „alles, was bei Oma im Keller ist“), ohne dass diese Kategorie erkannt wurde. Leider war das im Rahmen des Untersuchungsdesigns nicht möglich. Der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, $r = 0{,}382$, $p < .01$.

T11„Runde Figuren“ (m = 1,78, s = 1,08)
In drei Reihen, die aus je vier oder fünf Figuren bestehen, sollen die Kinder diejenige Figur erkennen, deren Eigenschaft (1. „hat Ecken“; 2. „hat Ecken und ist grün“; 3. „ist blau und

hat keine Ecken“) vom Testleiter beschrieben wird. Die Teilaufgaben sind nach Schwierigkeitsgrad gestaffelt: In der ersten Teilaufgabe muss eine Eigenschaft beachtet werden, in der zweiten müssen zwei Eigenschaften beachtet werden, in der dritten muss zusätzlich die Verneinung erkannt werden. In den letzten beiden Teilaufgaben, müssen die Kinder außerdem das Wort „und“ als mathematische Verknüpfung (nämlich als Schnittmenge, nicht als Vereinigungsmenge) verstanden haben. Der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, r = 0,375, p < .01.

T12 „Maus zum Käse“ (m = 2,45, s = 0,86)

In Aufgabe T12 sollen die Kinder mit einem Bleistift den Weg einer Maus durch ein Labyrinth bis zum Zielpunkt (Käse) zeichnen. Diese Art von Aufgabe war vielen Kindern aus Malheften bekannt, was das gute Abschneiden vieler Kinder erklären kann.

Das Ergebnis dieses Untertests korreliert signifikant mit dem Geschlecht (r = 0,231 bzw. ohne Dreijährige r = 0,209, p < .05). Die Jungen (m = 2,657, s = 0,596) schneiden hier nämlich deutlich besser ab als die Mädchen (m = 2,264, s = 1,01 bzw. ohne Dreijährige m = 2,312, s = 0,99). Außerdem korreliert der Parameter Alter (in Monaten gemessen) signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, r = 0,304, p < .01.

ET1 und ET2 „Muster nachlegen 1 und 2“(m = 2,38, s = 2,38 bzw. m = 1,58, s = 2,20)

In ET1 und ET2 sollten die Kinder eine Reihe von Bären fortsetzen. Dabei müssen sie die Gesetzmäßigkeiten in den Mustern erkennen, wobei auf ein bzw. zwei Charakteristika (ET1: Farbe, ET2: Farbe und Größe) zu achten war. Zwischen Aufgabe ET1 und Aufgabe ET2 liegt ein Entwicklungsschritt, denn jüngeren Kindern ist es zunächst nicht möglich zwei Merkmale zu beachten (Kaufmann, 2010, S. 68). Der niedrigere Mittelwert bei ET2 war also zu erwarten, ebenso wie die Korrelation der Parameter Alter (in Monaten gemessen) und Ergebnis des Untertests ET2, r = 0,291, p < .01.

ET3 „Nachbauen“ (m = 3,06, s = 2,33)

Die Kinder sollen mit anderen Holzbausteinen vorgebaute Bauwerke nachbauen. Das Nachbauen konkreter Modelle ist eine Vorstufe für das Bauen nach Bildvorlage, bei dem die zwei-dimensionale Vorlage in ein drei-dimensionales Bauwerk umgesetzt werden muss. Hier gab es pro richtig nach gebauter Figur zwei Punkte. Ein Förderbedarf besteht nach Vorgabe der Autoren der Standortbestimmung, wenn ein Kind nur maximal eine Figur richtig nachgebaut hat, was bei 51 % der Kinder der Fall war. Der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, r = 0,269, p < .01.

ET4 „Anzahlen herstellen“ (m = 4,81, s = 2,10)

Die Kinder sollen zu aufgestellten Bären die gleiche Anzahl von Spielchips legen. Die Ergebnisse in ET4 waren deutlich besser als in Aufgabe T9, bei der ebenfalls die Eins-zu-Eins-Zuordnung überprüft wurde. Zwei Gründe lassen sich hierfür vermuten: Erstens waren die Zahlen im ET4 kleiner (4, 6, 3 statt 6, 4, 8) und zweitens beansprucht das Legen der Spielchips deutlich weniger Kapazität als das Malen von Kreisen. Der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, r = 0,209, p < .05.

ET5 und ET6 „Anzahlen vergleichen 1 und 2“ (m = 0,24, s = 0,78 bzw. m = 0,20, s = 0,72)

Zu einer vorgegebenen Reihe von Bären sollen die Kinder eine zweite Reihe mit jeweils einem Bären mehr (bzw. weniger) aufstellen. Die Gleichheit zweier Anzahlen kann von Kindern relativ einfach, nämlich durch Eins-zu-Eins-Vergleich verstanden werden. Hier müssen allerdings zwei Anzahlen zueinander in Verbindung gesetzt werden, die sich um ein Element unterscheiden. Mit diesem Aufgabentyp waren viele Kindern überfordert, im ET5 erzielten 91 % (N = 96) der Kinder überhaupt keinen Punkt, im ET6 sogar 93 % (N = 98). Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

ET7 „Muster nachlegen“ (m = 2,11, s = 0,87)
Das hier verwendete Material „Geoplättchen“ ist auch unter dem Namen „Pattern Blocks“ bekannt. Es handelt sich um sechs verschiedene Bausteine in Form von geometrischen Figuren (Sechseck, Trapez, Parallelogramm, Quadrat, Dreieck und Raute), die verschiedene Farben haben. Bei dieser Aufgabe sollen die Kinder nach einer konkreten Vorlage ein Parkett aus sechs Geoplättchen nachlegen. Der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, r = 0,228, p < .01.

ET8 „Male dich selbst“ (m = 3,21, s = 1,43)
In dieser letzten Aufgabe sollen die Kinder ein Selbstporträt anfertigen. Die ersten Versuche kleiner Kinder einen Menschen zu zeichnen sind häufig sogenannte „Kopffüßler“, die jedoch bereits geplant und koordiniert werden müssen (Siegler, DeLoache, & Eisenberg, 2008, S. 349). Im nächsten Schritt wird diese Zeichnung detailreicher (mit einem Bauch, Armen, Händen, usw.) und realistischer (Berk, 2005).
Die Zeichnung eines Menschen ist etwas Besonderes, da „der Zeichner selbst Mensch ist und sich selbst in die Zeichnung hineinprojiziert“ und somit diese Zeichnung aussagt, wie der Zeichner sich selbst als Mensch sieht (Kaufmann, 2003). Die Körper- und Gesichtsteile Kopf, Rumpf, Beine, Arme, Füße, Hände, Augen, Nase, Mund und Ohren gehen in ET8 in die Wertung ein. Abb. 30 und 31 (Anhang C) zeigen Beispiele von Selbstporträts aus der Stichprobe. Die Mädchen (m = 3,57, s = 1,36; nur vierjährige Mädchen: m = 3,73, s = 1,29) schnitten bei dieser Aufgabe deutlich besser ab als die Jungen (m = 2,82, s = 1,29). Der Parameter Geschlecht und das Ergebnis des Untertests ET8 korrelieren signifikant auf dem 1 %-Niveau (r = 0,262). Wie erwartet korreliert auch der Parameter Alter (in Monaten gemessen) signifikant mit dem Ergebnis dieses Untertests, r = 0,424, p < .01.

In der Korrelationsmatrix (Tabelle 47 im Anhang D) können zunächst keine Regelmäßigkeiten entdeckt werden. Allerdings wird ersichtlich, dass alle Untertestergebnisse auf dem 1%- Niveau mit dem Gesamtergebnis korrelieren. Der Test ist folglich intern konsistent.

Bündelung der Untertests in Faktoren
Zur Reduzierung der Datenmenge werden abhängige Variablen aufgedeckt. Eine Faktorenanalyse klärt, ob die Untertests eventuell in Faktoren gebündelt werden können. Da die Untertests nicht normalverteilt sind (Kolmogorov-Smirnov-Test: signifikant p<.01), kann die Pearson-Korrelationsmatrix nicht als Input für die Faktorenanalyse genommen werden. Stattdessen wird die Rangkorrelationsmatrix nach Spearman verwendet.

Zunächst muss die Anwendbarkeit der Faktorenanalyse überprüft werden: Das Kaiser-Meyer-Olkin-Kriterium besagt, dass die vorliegende Korrelationsmatrix für die Faktorenanalyse geeignet ist, da der kleinste MSA = 0,663 ist.
Nun werden verschiedene Verfahren (auch Kriterien genannt) angewandt, die Vorschläge unterbreiten, in welcher Form die Variablen gebündelt werden können: Der Scree-Test schlägt vor einen Faktor zu wählen. Das Kaiser-Kriterium (Eigenwerte < 1) schlägt fünf Faktoren vor. Beide Vorschläge werden aus inhaltlichen Gründen abgelehnt, da keine Interpretationsmöglichkeiten sichtbar werden.

In einem nächsten Schritt wird die rotierte Komponentenmatrix betrachtet, mit der die Faktoren besser interpretiert werden können.

Mithilfe der rotierten Komponentenmatrix[86] (Tabelle 45 im Anhang D) lassen sich die Variablen hier zwei Faktoren zuordnen (Backhaus, Erichson, Plinke, & Weiber, 2010, S. 379):
Der erste Faktor wird von den Untertests T2 („Gleiche Farbe“) und T10 („Was gehört zusammen?“) getragen, weniger stark gehen T7 („Was passt nicht?“) und T5 („Gleiche Figur“) ein. Dieser Faktor lässt sich inhaltlich unter dem Überbegriff Kategorien (aus dem Inhaltsbereich „Muster und Strukturen“) verorten.
Der zweite Faktor umfasst die Untertests T1 („Fahre mit dem Bleistift entlang“), ET4 („Anzahlen herstellen“) und T9 („Kreise wie Bären“). Inhaltlich setzt er sich aus den Themen Visuomotorik (aus dem Inhaltsbereich „Raum und Form“) und Zahlen (aus dem Inhaltsbereich „Mengen, Zahlen und Operationen“) zusammen.
Es lassen sich durch diese zwei Faktoren 37 % der Varianz erklären.

4.1.2 Standortbestimmung „Elementar 2“

Stichprobe

86 Kinder, davon 46 Jungen und 40 Mädchen, wurden mit der Standortbestimmung „Elementar 2“ getestet. Diese Kinder besuchten in den Kindergartenjahren 2009/2010 oder 2010/2011 eine von zehn Gruppen in fünf verschiedenen Kindergärten im Raum Heidelberg.
Die folgende Tabelle zeigt die Altersverteilung der Stichprobe. Kinder, die innerhalb eines Vierteljahres geboren wurden, werden zu einer Altersgruppe zusammengefasst:

Alter der Kinder	4 Jahre	5.0-5.2 Jahre	5.3-5.5 Jahre	5.6-5.8 Jahre	5.9-5.11 Jahre	6 Jahre
Anzahl	9	24	14	31	4	4

Tabelle 20: Altersverteilung - „Elementar 2“ vor Beginn der Fördermaßnahme

In der Stichprobe befinden sich auch 9 vierjährige und 4 sechsjährige Kinder. Diese Kinder durchliefen gemeinsam mit den fünfjährigen das Vorschulprogramm (dazu gehörten beispielsweise gemeinsame Schulbesuche) der Kindergärten. Der Test fand also bei allen Kindern ein Jahre vor ihrer geplanten Einschulung statt.

Ergebnisse

Insgesamt waren bei der Standortbestimmung bis zu 60 Punkte zu erreichen, davon 47,5 Punkte im Gruppentest (5 Punkte pro Aufgabe mit Ausnahme von Aufgabe T8 mit maximal 2,5 Punkten) und 12,5 Punkte im Einzeltest (6,5 Punkte im Bereich „Zählen“ und 6 Punkte im Bereich „Mengen erfassen“).

Das beste Ergebnis der Stichprobe lag bei 56,7 Punkten, das schlechteste bei 5,9 Punkten, der Mittelwert lag bei 39,38 (mit Standardabweichung s = 10,91).

[86] auch Faktorenmatrix genannt

N	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum
86	39,3820	10,91069	5,90	56,70

Tabelle 21: Ergebnisse - „Elementar 2“ vor Beginn der Fördermaßnahme

Voraussetzungen für die weitere statistische Analyse

1. Paarweise Unabhängigkeit der Parameter

Zunächst wird geprüft, ob die Parameter „Alter“ (gemessen in Altersstufen), „Geschlecht“, „Muttersprache“ und „Kindergarten“ paarweise unabhängig sind. Die Ergebnisse werden in der folgenden Tabelle dargestellt und anschließend beschrieben.

	Geschlecht	Kindergarten	Muttersprache
Alter	χ^2[5; N=86] = 4,940, p=.423; Fisher-Test p=.438	χ^2[15; N=86] = 27,354, p= 026; Fisher-Test, p=.010	χ^2[5; N=86] = 5,251, p=.386; Fisher-Test p=.458
Geschlecht		χ^2[3; N=86] = 7,751, p=.051	χ^2[1; N=86] = 5,901, p=.015
Kinder-Garten			χ^2[3; N=86] = 23,383, p=.000; Fisher-Test p=.000

Tabelle 22: Abhängigkeit zwischen den Parametern - „Elementar 2“ vor Beginn der Fördermaßnahme

Alter – Geschlecht: Der Chi-Quadrat-Test und der Fisher-Exakt-Test verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (χ^2[5; N=86] = 4,940, p=.423; Fisher-Test p = .438). Es kann folglich von einer Unabhängigkeit der Parameter Geschlecht und Alter ausgegangen werden.

Alter – Kindergarten: Die Parameter Alter und Kindergarten signifikant abhängig (χ^2[15; N=86] = 27,354, p = .026; Fisher-Test, p = .010). Eine mögliche Erklärung wäre die unterschiedliche Einstellung zur vorzeitigen Einschulung der Kindergartenleitungen der verschiedenen Einrichtungen.

Alter – Muttersprache: Die Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit der Parameter Alter und Muttersprache (χ^2[5; N=86] = 5,251, p = .386; Fisher-Test p = .458). Es kann folglich von einer Unabhängigkeit der Parameter Alter und Muttersprache ausgegangen werden.

Muttersprache – Kindergarten: Die Parameter Kindergarten und Muttersprache sind signifikant abhängig (χ^2[3; N=86] = 23,383, p = .000; Fisher-Test p = .000).

Geschlecht – Kindergarten: Der Chi-Quadrat-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen den Parametern Kindergarten und Geschlecht (χ^2[3; N=86] = 7,751, p = .051). Es kann folglich von einer Unabhängigkeit der Parameter Geschlecht und Kindergarten ausgegangen werden.

Geschlecht – Muttersprache: Die Parameter Geschlecht und Muttersprache sind signifikant abhängig (χ^2[1; N=86] = 5,901, p = .015).

Folgende Grafik visualisiert die Abhängigkeiten zwischen den Parametern.

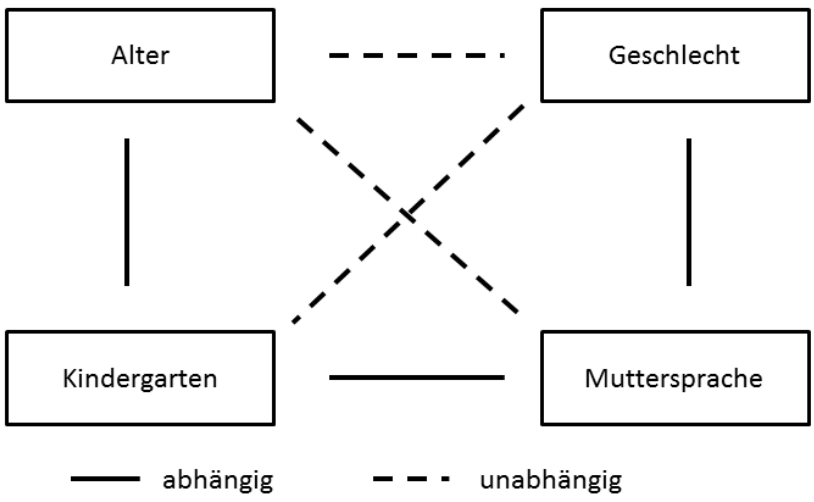


Abbildung 5: Abhängigkeit zwischen den Parametern - „Elementar 2“ vor Beginn der Fördermaßnahme

2. Normalverteilung der Ergebnisse

Mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test wird nun überprüft, ob die Testergebnisse des „Elementar 2“ normalverteilt sind. Mit einem Signifikanzniveau von .200 weichen die Daten nicht signifikant von der Normalverteilung ab.

Altersunterschiede im Gesamtergebnis

Folgende Tabelle zeigt Mittelwert, Standardabweichung sowie bestes und schlechtestes Ergebnis in den einzelnen Altersstufen.

Altersstufen	N	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum
4	9	29,1389	11,68080	5,90	43,20
5a	24	39,9333	10,86815	18,80	56,70
5b	14	40,9679	12,48184	10,45	54,00
5c	31	40,8887	9,23443	13,10	54,70
5d	4	38,0625	11,34279	23,75	51,50
6	4	43,2125	8,52568	33,50	52,30
Insgesamt	86	39,3820	10,91069	5,90	56,70

Tabelle 23: Altersunterschiede - „Elementar 2“ vor Beginn der Fördermaßnahme

Um herauszufinden, ob ältere Kinder signifikant besser im Test „Elementar 2“ abschneiden, wird Spearmans Korrelationskoeffizient verwendet. Alter und Gesamtergebnis korrelieren jedoch nur schwach, aber nicht signifikant ($\rho = 0{,}138$, $p = .103$).

Geschlechtsunterschiede im Gesamtergebnis

Aus der folgenden Tabelle lassen sich Mittelwert, Standardabweichung sowie bestes und schlechtestes Ergebnis beider Geschlechter ablesen.

Geschlecht	N	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Maximum
M	46	40,9946	11,28005	5,90	56,70
W	40	37,5275	10,29777	10,45	54,70
Insgesamt	86	39,3820	10,91069	5,90	56,70

Tabelle 24: Geschlechtsunterschiede - „Elementar 2“ vor Beginn der Fördermaßnahme

Geschlecht und Gesamtergebnis korrelieren ebenfalls nicht signifikant (punkt-biserielle Korrelationskoeffizient $r = 0,159$, $p > .05$).

Ergebnisse in den Untertests

Für alle Untertests wird untersucht, ob es Unterschiede zwischen den Geschlechtern oder Altersgruppen gibt. Eine Übersicht über die statistischen Kennwerte findet sich analog zur Untersuchung der „Elementar 1“-Ergebnisse in Tabelle 44 (Anhang D). Außerdem wird dort angegeben, wie viel Prozent der Kinder die maximale Punktzahl erreicht haben bzw., bei wie viel Prozent der Kinder Förderbedarf[87] festgestellt wurde.

<u>T1 „Unpassendes finden“[88] (m = 3,36, s = 1,59)</u>

In jeder der fünf Teilaufgaben, ist unter fünf gleichen Objekten (Bsp. erste Reihe: Schuh) eines spiegelverkehrt dargestellt und soll gefunden werden. Der Schwierigkeitsgrad wird durch die nahezu symmetrischen Objekte noch erhöht. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

<u>T2 „Passende Teile verbinden“ (3,26, s = 1,30)</u>

Bei Aufgabe T2 sollen vertikal durchtrennte Bildchen wieder passend verbunden werden. Viele Kinder kannten diese Aufgabe aus Mal- oder Vorschulheften[89]. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

<u>T3 „Größtes erkennen“ (m = 4,13, s = 0,94)</u>

In jeder Zeile sollten die Kinder entscheiden, welches von vier Objekten in Wirklichkeit am größten ist. Diese Aufgabe fiel vielen Kindern leicht (m = 4,13, s = 0,943), es wurde dementsprechend auch nur bei wenigen Kindern (6 %) Förderbedarf festgestellt. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

<u>T4 „Puzzleteile erkennen“ (m = 3,53, s = 1,23)</u>

In fünf Teilaufgaben sollten die Kinder entscheiden, welche (der sechs bis zehn vorgegebenen) Puzzleteile zum zusammengesetzten Puzzle passten. Die relativ guten Ergebnisse der Kinder bei dieser Aufgabe (m = 3,53, Förderbedarf bei 15 % der Kinder) überraschten einige Erzieherinnen, welche die Aufgabe im Vorgespräch als sehr anspruchsvoll bezeichneten. Die vergleichsweise lange Bearbeitungsdauer für die Aufgaben ist aber ein möglicher Grund, weshalb nur 4 Kinder (5 %) die volle Punktzahl erreichten. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

<u>T5 „Muster ergänzen“ (m = 3,06, s = 1,22)</u>

[87] Nach Empfehlung der Autoren der Standortbestimmung.

[88] An dieser Stelle soll nochmals erwähnt werden, dass die Nummerierung der Tests nicht der Nummerierung in den Standortbestimmungen entspricht.

[89] Angabe der Kinder. Es wurde jedoch nicht explizit gefragt und die Aussagen der Kinder zu den verschiedenen Aufgaben konnten aus Zeitgründen nicht dokumentiert werden.

Diese Aufgabe ähnelt Aufgabe T8 aus der Standortbestimmung „Elementar 1“. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

T6 „Abzeichnen“ (m = 3,52, s = 1,44)
Diese Aufgabe ähnelt Aufgabe T6 aus der Standortbestimmung „Elementar 1“. Abb. 32 und Abb. 33 (Anhang C) zeigen Beispiele der Kinderzeichnungen. Schon alleine die Zeichnung geometrischer Figuren ist für Kindergartenkinder nicht einfach, wobei eine ästhetische Darstellung natürlich auch nicht das Ziel war, sondern die Erkennbarkeit der Figuren (Strukturmerkmal: Dreieck also mit drei Ecken usw.). Die nächste Schwierigkeit war die Raumlage der Teilfiguren zu erkennen und sie ebenso wieder anzuordnen. Bei dieser Aufgabe wurde eine signifikante Korrelation ($r = 0,306$, $p < .01$) zwischen Alter (in Monaten gemessen) und dem Testergebnis ermittelt.

T7 „Zahlsymbole schreiben“ (m = 1,95, s = 1,43)
Den Kindern werden Zahlen (0 bis 9) diktiert, die sie aufschreiben sollen. Natürlich ist das Erlernen der Zahlsymbole vor allem Aufgabe der Schule. Dennoch können viele Vorschüler bereits einige Zahlen schreiben, wenn auch häufig spiegelverkehrt. Es hat in dieser Stichprobe nur ein Vorschulkind (von 82) geschafft alle Zahlen richtig (also lesbar und in richtiger Orientierung) zu schreiben. Hier fand sich ebenfalls eine signifikante Korrelation ($r = 0,257$, $p < .01$) zwischen Alter (in Monaten gemessen) und dem Testergebnis. Zwei Lösungsbeispiele der Kinder sind in Abb. 34 (Anhang C) dargestellt. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

T8 „Abzählen“ (m = 1,37, s = 0,94)
Die Kinder sollen (ein bis zehn) Luftballons abzählen und die Zahl notieren. Zum erfolgreichen Lösen dieser Aufgabe waren zwei Fähigkeiten notwendig. Zum einen muss das Kind die Zahlen schreiben können (wie schon in der vorhergehenden Aufgabe überprüft), zum anderen muss das Kind richtig abzählen können. Das richtige Abzählen von Objekten geht weit über das reine Beherrschen der Zahlwortreihe hinaus, es werden zusätzlich Zählprinzipien[90] benötigt. Alter (in Monaten gemessen) und Testergebnis korrelieren signifikant ($r = 0,204$, $p < .05$) auf dem 5%-Niveau.

T9 „Mengen herstellen“ (m = 4,26, s = 1,10)
Die Kinder sollen eine diktierte Zahl (als Zahlwort) von Strichen zeichnen. Dieses Testergebnis hat unter allen mit 5 maximalen Punkten bewerteten Untertests die höchste Korrelation mit dem Gesamtergebnis ($r = 0,799$, $p < .001$), 64 % des Gesamtergebnisses können mit ihm erklärt werden. Außerdem haben keinen anderen Untertest so viele Kinder vollkommen richtig lösen können, hier haben nämlich 48 % der Kinder die maximale Punktzahl erreicht. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

T10 „Mengen zerlegen“ (m = 2,90, s = 1,95)
Die Kinder müssen in fünf Teilaufgaben gemalte Münzen im Sparschweine so zeichnerisch ergänzen, dass genau so viele Münzen im Sparschwein wie auf dem zugehörigen Preisschild (ebenfalls gemalte Münzen) sind. Diese Aufgabe fiel einigen Kindern sehr schwer (m = 2,90), denn sie verlangt verschiedenste Fähigkeiten, die jedoch je nach Lösungsstrategie variieren. Die beobachteten Lösungsstrategien der Kinder waren sehr unterschiedlich. Sie wurden jedoch während der Testphase nicht im Einzelnen

[90] Siehe erstes Kapitel.

dokumentiert, so dass hier nur typische (erfolgreiche) Herangehensweisen beschrieben werden können (ohne die Häufigkeit des Auftretens angeben zu können):

1. Faktenabruf: Das Kind zählt beide Mengen ab und bildet die Differenz, sagt also beispielsweise „Das sind vier und das sind zwei. Ich weiß vier minus zwei ist zwei. Dann muss ich zwei malen.“ Hierfür muss das Kind abzählen und Mengen herstellen können, das Prinzip der Zahlzerlegung verstanden haben und eventuell – wie im Beispiel – das Ergebnis der Rechnung sogar schon gespeichert haben.
2. Iteration: Das Kind malt einen Kreis hinzu, zählt dann beide Mengen ab und fährt so lange fort bis es auf beiden Seiten dieselbe Zahl zählt.
3. Schätzung mit anschließender Korrektur: Das Kind malt einige Kreise hinzu, zählt dann beide Mengen ab, zählt wieder und streicht eventuell überzählige Kreise weg bzw. malt weitere Kreise hinzu. Das Kind sagt beispielsweise „ich habe fünf Kreise, es dürfen aber nur vier sein, dann muss einer weg“. Für die Korrektur braucht das Kind natürlich eine Größenvorstellung der einzelnen Zahlen.

Der Umgang mit Geld ist immer reizvoll für Kinder, da sie dessen Bedeutung aus dem Alltag (z.B. beim Einkaufen) kennen. Hier ist das Zahlungsmittel so vereinfacht worden, dass nur Münzen mit dem Wert eins vorkommen. Es stimmen hier also Geldwert und Anzahl der Münzen überein. Es wurden keine signifikanten Korrelationen mit den Parametern Alter oder Geschlecht festgestellt.

<u>ET1 „Zählen“ (m = 3,97, s = 1,98)</u>

Die Bedeutung des Zählens für das Rechenlernen ist heute unbestritten: „Je sicherer die Zahlwortreihe beherrscht wird (auch rückwärts und in Schritten) desto leichter fällt das zählende Rechnen und auch die Ablösung von diesem.“ (Kaufmann, 2010, S. 145). Volle Punktzahl erreichten Kinder, die in diesem Einzeltest bis mindestens 10 zählten, ab 4 bis mindestens 10 zählten, von 10 rückwärts zählten und zwischen zwei Zahlen entscheiden konnten, welche Zahl größer ist. Bei diesem Untertest schnitten die Jungen (m = 4,37, s = 1,939) deutlich besser ab als die Mädchen (m = 3,513, s = 1,8793). Damit ist der ET1 auch der einzige Untertest dieser Standortbestimmung, bei dem der Parameter Geschlechter signifikant mit dem Ergebnis korreliert (Korrelationskoeffizient nach Pearson r = 0,217, $p < .05$). Auch der Parameter Alter (in Monaten gemessen) korreliert signifikant (r = 0,290, $p < .01$) mit dem Ergebnis.

<u>ET2 „Mengen erfassen“ (m = 4,10, s = 1,63)</u>

Zunächst wird das simultane Erfassen von Anzahlen bis zu vier Objekten überprüft. Unter simultanem Erfassen versteht man das Erkennen einer Anzahl von Objekten „auf einen Blick“, also ohne die Objekte zu zählen. Dazu sollen die Kinder die richtige Anzahl von Spielchips nennen, welche sie nur sehr kurz sehen durften. Weiterhin wird untersucht, ob die Kinder Würfel- und Fingerbilder simultan erkennen. Die Nutzung von Fingerbildern erweist sich später beim Rechnen lernen als nützlich, da eine natürliche Strukturierung durch fünf Finger an jeder Hand Hilfestellung für das Rechnen im Dezimalsystem leistet (Kaufmann, 2010, S. 153).

Der ET2 korreliert signifikant mit dem Gesamtergebnis, 64,2 % des Gesamtergebnisses können mit ihm erklärt werden. Dass der Korrelationskoeffizient mit r = 0,801 am größten von allen Untertests ist, darf aber nicht überbewertet werden, da der Test auch mit maximal 6 Punkten (also mehr Punkte als bei anderen Tests möglich sind) in das Gesamtergebnis eingeht. Alter (in Monaten gemessen) und Testergebnis korrelieren signifikant (r = 0,204, $p < .05$) auf dem 5%-Niveau.

Beim Betrachten der Korrelationsmatrix (Tabelle 48 im Anhang D) fallen folgende Besonderheiten auf: Außer T2 korrelieren alle Untertests auf dem 1%-Niveau mit dem

Gesamtergebnis. Erstaunlich ist, dass Test T2 mit keinem der anderen Tests korreliert. Zwischen den übrigen Untertests treten häufig Korrelationen auf: Die Tests T1 korreliert sogar mit allen anderen Untertests außer T2 auf dem 1%-Signifikanzniveau, T6 korreliert mit allen Untertests außer T2 auf dem 5%-Niveau.

Bündelung der Untertests in Faktoren

Mit einer Faktorenanalyse wird überprüft, ob sich die Untertest möglicherweise zu Faktoren bündeln lassen. Weiterhin werden die Ergebnisse der Faktorenanalyse im Hinblick auf Vorschläge zum Untertest T2 ausgewertet.

Da die Untertests nicht normalverteilt sind, kann die Pearson-Korrelationsmatrix nicht als Input für die Faktorenanalyse genommen werden. Stattdessen wird die Rangkorrelationsmatrix nach Spearman verwendet.

Das Kaiser-Meyer-Olkin-Kriterium besagt, dass der Untertest T2 nicht für die Faktorenanalyse geeignet ist. Es werden daher zwei Analysen durchgeführt: Zunächst mit T2, anschließend ohne T2.

Das Kaiser-Kriterium schlägt drei Faktoren vor, der Scree-Test hingegen nur einen Faktor. Aus inhaltlichen Gründen wird die erste Analyse mit drei Faktoren durchgeführt.

Mit Hilfe der rotierten Komponentenmatrix lassen sich die Variablen den drei Faktoren zuordnen. T2 (Passende Teile verbinden) lädt als einzige Variable hoch auf den dritten Faktor und auf die anderen beiden Faktoren nur sehr gering. Der dritte Faktor wird also mit T2 identifiziert, T2 wird aus der Faktorenanalyse ausgeschlossen und die Analyse mit zwei Faktoren wiederholt.

Das Kaiser-Meyer-Olkin-Kriterium besagt, dass die Korrelationsmatrix für die Faktorenanalyse sehr gut geeignet ist, da der kleinste MSA = 0,771 ist.

Mithilfe der (rotierten) Komponentenmatrix (Tabelle 46 im Anhang D) lassen sich die Variablen den zwei Faktoren zuordnen.

Der erste Faktor wird sehr gut durch T3 (Größtes erkennen), der zweite Faktor sehr gut durch T7 (Zahlsymbole schreiben) repräsentiert.

Sollen hingegen alle Variablen diesen zwei Faktoren zuordnet werden, empfiehlt sich folgende Aufteilung: Der erste Faktor beinhaltet die Untertests T1 (Unpassendes finden), T3 (Größtes erkennen) und T4 (Puzzleteile erkennen), der zweite Faktor die Untertests T5 (Muster ergänzen), T6 (Abzeichnen), T7 (Zahlsymbole schreiben), T8 (Abzählen), T9 (Mengen herstellen), T10 (Mengen zerlegen), ET1 (Zählen), ET2 (Mengen erfassen).

Durch diese zwei Faktoren lassen sich 57 % der Varianz erklären.

Die Aufteilung nach der Faktorenanalyse entspricht allerdings nicht der von den Autoren der Standortbestimmung vorgegebenen, inhaltlichen Aufteilung. Sie ordnen T1 bis T6 dem Bereich „Raum und Form“, T7 bis ET2 dem Bereich „Mengen und Zahlen“ zu.

4.2 Tests am Ende der Fördermaßnahme

Die Wirksamkeit des Förderprogramms wurde zunächst an der gesamten Stichprobe, dann speziell an den mathematisch schwächsten Kinder (viertes Quartil) und mathematisch stärksten Kinder (erstes Quartil) überprüft (vgl. Hypothesen in Unterkapitel 3.2). Diesem Design entsprechend werden die Ergebnisse in den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 jeweils in drei Teile gegliedert.

Für die jüngere Kohorte wurde zum zweiten Messzeitpunkt die Standortbestimmung „Elementar 2“ (Kaufmann & Lorenz, 2009) verwendet, die Kinder der älteren Kohorte wurden am Ende des Förderzeitraums mit dem „Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ)“ (van Luit, van de Rijt, & Hasemann, 2001) getestet.

4.2.1 Standortbestimmung „Elementar 2“

Stichprobe

Am Ende der Förderzeit wurden 102 Kinder, davon 49 Jungen und 53 Mädchen, mit der Standortbestimmung „Elementar 2“ getestet. 67 Kinder (m = 33, w = 34) wurden mit dem Programm „Elementar“ gefördert, 35 Kinder (m = 16, w = 19) gehörten zur Kontrollgruppe.

Die Parameter Geschlecht und Förderung sind signifikant unabhängig ($\chi^2[1; N=102] = 0{,}115$, p = .734; Fisher-Test p = .835).

Die Parameter Alter (in Altersgruppen) und Förderung sind signifikant unabhängig ($\chi^2[4; N=102]= 7{,}201$, p = .126; Fisher-Test p = .122). Folgende Tabelle zeigt die Altersverteilung der Stichprobe getrennt nach Förder- und Kontrollgruppe.

Alter der Kinder (Jahre.Monate)	4.3-4.5	4.6-4.8	4.9-4.11	5.0-5.2	5.3-5.5	5.6-5.8	5.9-5.11
Kontrollgruppe	0	0	8	7	9	11	0
Fördergruppe	1	4	11	15	17	17	2

Tabelle 25: Altersverteilung - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme

Die Parameter Muttersprache und Förderung sind signifikant unabhängig ($\chi^2[1; N=102]= 2{,}700$, p = .100; Fisher-Test p = .140).

Ergebnisse

Deskriptive Beschreibung der Ergebnisse

Bei der Standortbestimmung konnten maximal 60 Punkte erreicht werden. Die zehn Aufgaben im Gruppentest wurden jeweils mit maximal 5 Punkten (Ausnahme: Aufgabe T8 mit maximal 2,5 Punkten) bewertet, also insgesamt mit maximal 47,5 Punkten. Im Einzeltest waren maximal 12,5 Punkte zu erzielen, nämlich 6,5 Punkte im Bereich „Zählen“ und 6 Punkte im Bereich „Mengen erfassen“.

Das beste Ergebnis in der Kontrollgruppe lag bei 54,20 Punkten, das schlechteste bei 9,85 Punkten, der Mittelwert lag bei 38,45 (mit Standardabweichung s = 12,44). Das beste Ergebnis in der Fördergruppe lag bei 56,70 Punkten, das schlechteste bei 13,80 Punkten, der Mittelwert lag bei 43,06 (mit Standardabweichung s = 9,84).
Diese Ergebnisse sind jedoch alleine noch nicht aussagefähig, da das Ausgangsniveau der Kinder in der Förder- und Kontrollgruppe berücksichtigt werden muss. Die Kinder der Kontrollgruppe erreichten im Vortest „Elementar 1“ durchschnittlich 48,71 Punkte (s = 12,92, min = 22,0, max = 70,5), die Kinder der Fördergruppe erreichten im Vortest durchschnittlich 41,53 Punkte (s = 11,67, min = 10,5, max = 66,5).

	Ergebnis „Elementar 1“	Ergebnis „Elementar 2“
Fördergruppe (N = 67)	m = 41,53 (s = 11,67)	m = 43,06 (s = 9,84)
Kontrollgruppe (N = 35)	m = 48,71 (s = 12,94)	m = 38,45 (s = 12,44)

Tabelle 26: Ergebnisse der Förder-/Kontrollgruppe am Ende der Fördermaßnahme

Unterschiede zwischen Förder- und Kontrollgruppe
Zunächst wird festgestellt, ob sich die Ergebnisse der Förder- und Kontrollgruppe im Vortest „Elementar 1“ signifikant unterscheiden. Hierfür wird ein t-Test verwendet. Je nach Voraussetzungen der Daten können verschiedene Varianten des t-Tests in Frage kommen. Daher werden zunächst die Voraussetzungen überprüft: Der Levene-Test der Varianzgleichheit zeigt, dass sich die Varianzen in den Ergebnissen der Förder- und Kontrollgruppe nicht signifikant unterscheiden ($F = 1{,}859$, $p = .176$). Im t-Test für die Mittelwertgleichheit wird also angenommen, dass die Varianzen gleich sind und man erfährt, dass die Mittelwerte sich signifikant unterscheiden ($T = -2{,}841$, $p = .005$).

Nun soll die Wirksamkeit des Förderprogramms genauer analysiert werden:
Eine Pfadanalyse soll klären, ob die Förderung mit dem Programm „Elementar“ signifikant die Ergebnisse im Nachtest „Elementar 2“ verbessert. Als exogene Variablen in die Pfadanalyse werden jeweils Förderung, Alter, Geschlecht und Muttersprache eingeführt. Als endogene Variablen werden „Elementar 1“ und „Elementar 2“ spezifiziert.

<u>Erklärung zu den folgenden Pfadanalysen</u>
Das Modell wird folgendermaßen aufgestellt: Zuerst werden Pfeile, welche Kausalitäten repräsentieren, zwischen den endogenen Variablen (den Tests) anhand ihrer zeitlichen Abfolge gesetzt. Danach werden alle möglichen Pfeile von den exogenen auf die endogenen Variablen sowie alle möglichen Korrelationen zwischen den exogenen Variablen gesetzt.
Der Grund hierfür ist, dass die möglichen kausalen Zusammenhänge a priori nicht bekannt sind. Mit diesem Modell wird eine erste Pfadanalyse durchgeführt und danach werden sukzessive Pfeile (von exogenen auf endogene Variablen) entfernt, die selbst einen geringen Pfadkoeffizienten besitzen und nur vernachlässigbare Auswirkungen auf andere Pfadkoeffizienten haben. Dadurch gewinnt das System an Freiheitsgraden und lässt sich zuverlässiger auf seine Anpassungsgüte untersuchen. In den folgenden Abschnitten werden die Werte der Pfadkoeffizienten nach der Anpassung in einer Tabelle dargestellt, wobei die Werte vor der Anpassung der Pfadanalyse in Klammern stehen. Bei entfernten Pfeilen wird der Wert des zugehörigen Pfadkoeffizienten auf null gesetzt (Weiber & Mühlhaus, 2009, S. 29). Das Modell der Pfadanalyse wird in zwei Grafiken, vor und nach der Anpassung dargestellt.

4.2.1.1 Ergebnisse der gesamten Gruppe

Voraussetzungen für die weitere statistische Analyse

1. **Paarweise Unabhängigkeit der Parameter**

Zunächst wird geprüft, ob die Parameter „Alter“ (gemessen in Altersstufen), „Geschlecht“, „Muttersprache“ und „Kindergarten“ paarweise unabhängig sind. Die Ergebnisse werden in der folgenden Tabelle dargestellt und anschließend beschrieben.

	Geschlecht	Kindergarten	Muttersprache
Alter	χ^2[4; N=102] = 10,089, p=.039, Fisher-Test p=.032	(χ^2[12; N=102] = 13,749, p=.317; Fisher-Test p=.413	χ^2[4; N=102] = 8,751, p=.068; Fisher-Test p=.072
Geschlecht		χ^2[3; N=102] = 4,344, p=.227; Fisher-Test p=.257	χ^2[1; N=102] = 0,556, p=.456; Fisher-Test p=.549
Kinder-Garten			χ^2[3; N=102] = 14,867, p=.002; Fisher-Test p=.001

Tabelle 27: Abh. zw. den Par. - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Alter-Geschlecht: Die Parameter Alter und Geschlecht sind signifikant abhängig (χ^2[4; N=102] = 10,089, p = .039, Fisher-Test p = .032).

Alter-Kindergarten: Beide Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Kindergarten (χ^2[12; N=102] = 13,749, p = .317; Fisher-Test p = .413). Es kann folglich von einer Unabhängigkeit der Parameter Alter und Kindergarten ausgegangen werden.

Alter-Muttersprache: Beide Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Muttersprache (χ^2[4; N=102] = 8,751, p = .068; Fisher-Test p = .072). Also kann auch hier von einer Unabhängigkeit der Parameter Alter und Muttersprache ausgegangen werden.

Muttersprache-Kindergarten: Die Parameter Kindergarten und Muttersprache sind signifikant abhängig (χ^2[3; N=102] = 14,867, p = .002; Fisher-Test p = .001).

Geschlecht-Kindergarten: Beide Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Geschlecht und Kindergarten (χ^2[3; N=102] = 4,344, p=.227; Fisher-Test p=.257) an. Es kann also von einer Unabhängigkeit der Parameter Geschlecht und Kindergarten ausgegangen werden.

Geschlecht-Muttersprache: Beide Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Geschlecht und Muttersprache (χ^2[1; N=102] = 0,556, p = .456; Fisher-Test p = .549). Deshalb kann von einer Unabhängigkeit der Parameter Geschlecht und Muttersprache ausgegangen werden.

Folgende Grafik visualisiert die Abhängigkeiten zwischen den Parametern.

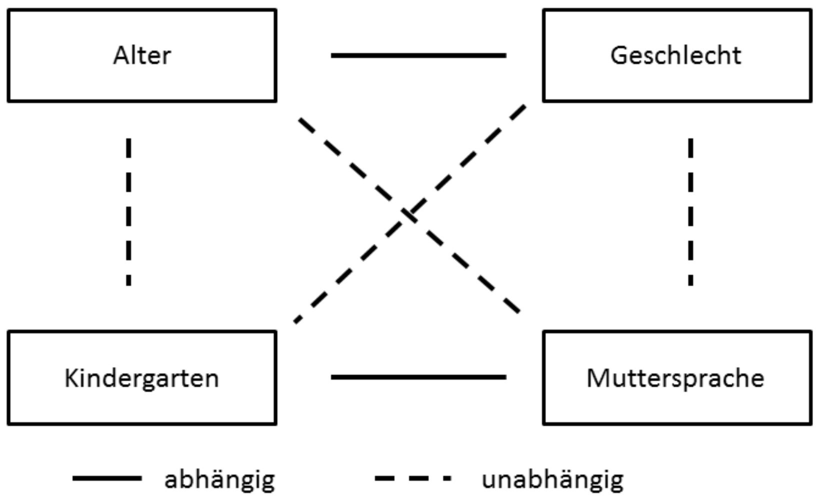


Abbildung 6: Abh. zw. den Par. - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Wegen der starken Abhängigkeit zwischen den Parametern „Kindergarten“ und „Muttersprache“, wird der Parameter „Kindergarten“ nicht in die folgenden Analysen einbezogen.

2. Normalverteilung der Ergebnisse

Mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test wird überprüft, ob die Testergebnisse der Tests „Elementar 1“ und „Elementar 2“ normalverteilt sind.[91]

„Elementar 1“: Mit einem Signifikanzniveau von .200 weichen die Daten der Kontrollgruppe (D(35) = 0,115) und der Fördergruppe (D(67) = 0,065) nicht signifikant von der Normalverteilung ab.

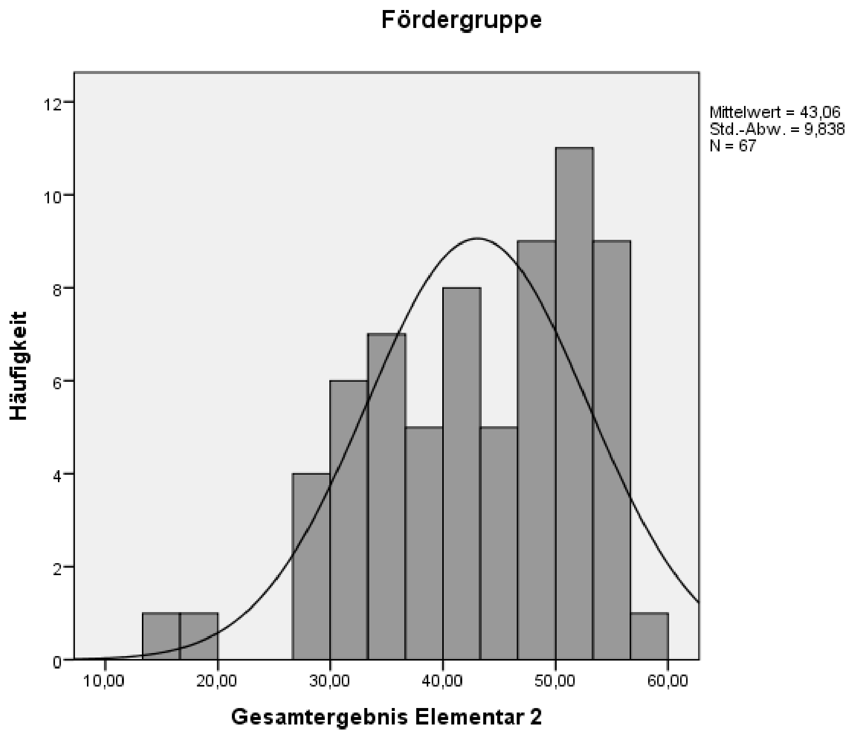


Abbildung 7: Normalverteilung - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

„Elementar 2“: Mit einem Signifikanzniveau von .065 weichen die Daten der Kontrollgruppe nicht signifikant von der Normalverteilung ab, die Daten der Fördergruppe weichen mit einem Signifikanzniveau von .007 jedoch signifikant von der Normalverteilung ab. Wie man in Abb. 7 sehen kann, gibt es in der Fördergruppe einen unverhältnismäßig großen Anteil von guten Ergebnissen im Nachtest „Elementar 2“.

Ergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Regressionskoeffizienten mit ihren zugehörigen Signifikanzniveaus, wobei in Klammern die Werte vor der Modellanpassung stehen.

[91] An dieser Stelle wird überprüft, ob die Testergebnisse der 102 Kinder aus der jüngeren Kohorte, die zu beiden Messzeitpunkten getestet wurden, normalverteilt sind.

		ß	P
Muttersprache	→ Elementar 1	-0,106 (-0,103)	0,22 (0,233)
Alter	→ Elementar 1	0,425 (0,431)	*** (***)
Geschlecht	→ Elementar 1	0 (0,031)	(0,719)
Förder- / Kontollgruppe	→ Elementar 1	-0,283 (-0,281)	** (**)
Alter	→ Elementar 2	0 (0,028)	0,536 (0,707)
Muttersprache	→ Elementar 2	0 (-0,074)	0,331 (0,281)
Geschlecht	→ Elementar 2	0 (-0,077)	(0,249)
Förder- / Kontollgruppe	→ Elementar 2	0,401 (0,379)	*** (***)
Elementar 1	→ Elementar 2	0,733 (0,705)	*** (***)

Tabelle 28: Regressionskoeffizienten - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Die folgende Grafik zeigt die endogenen und exogenen Variablen des Strukturmodells.

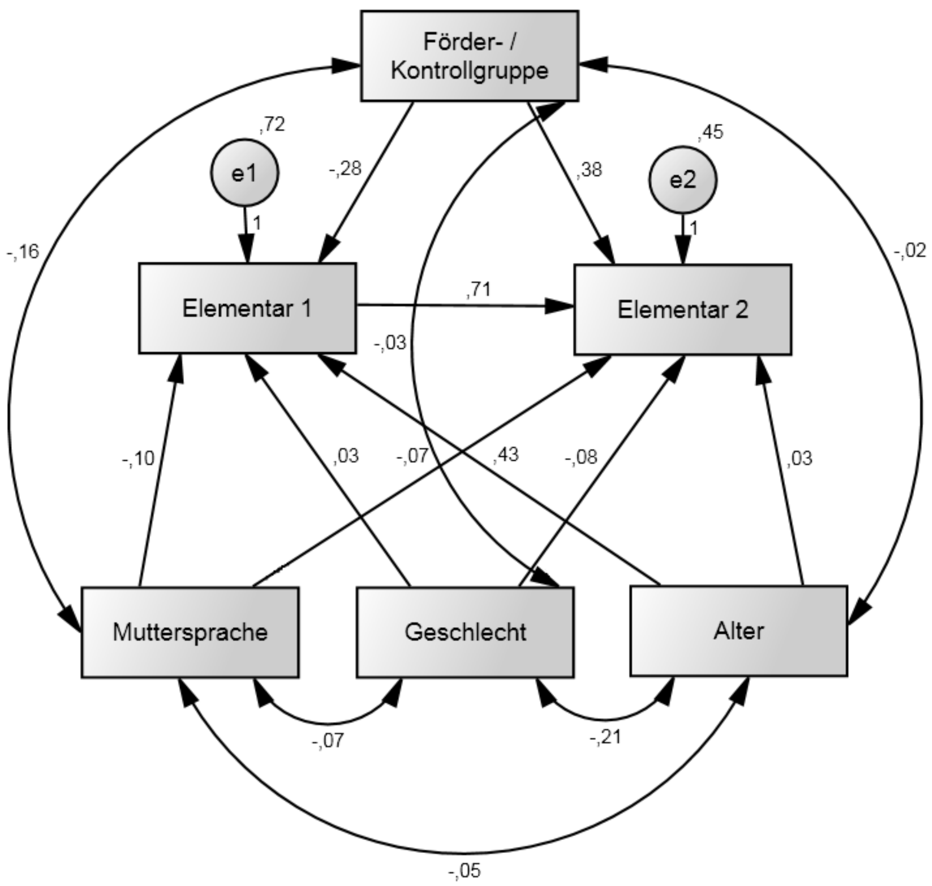


Abbildung 8: Strukturmodell - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Die folgende Grafik zeigt das Strukturmodell nach der Anpassung.

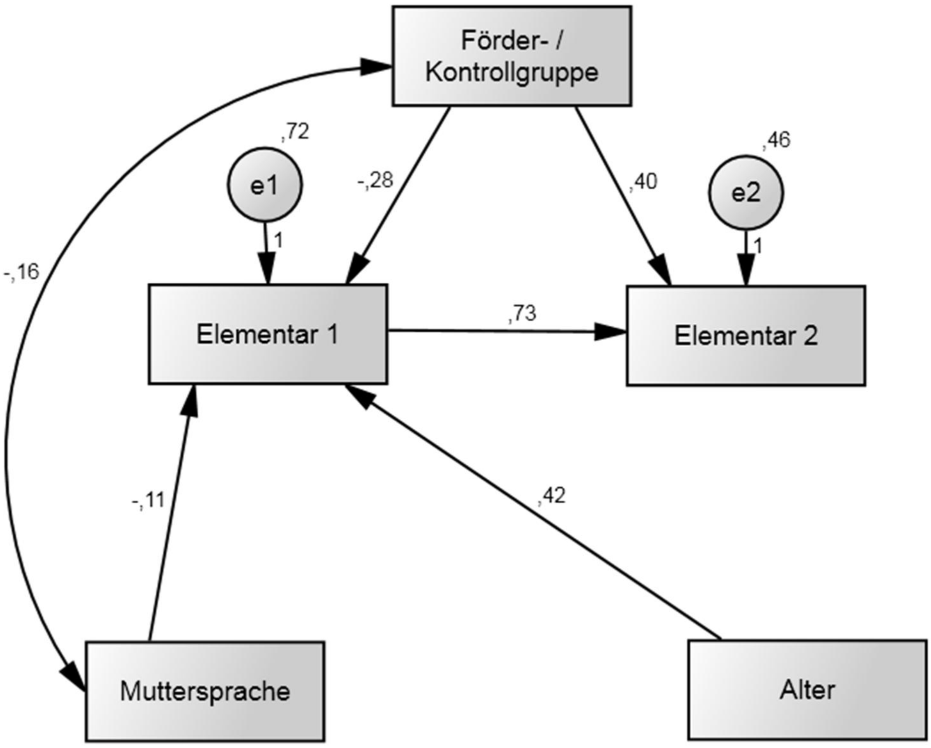


Abbildung 9: Strukturmodell (angepasst) - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Die Variablen Geschlecht und Muttersprache haben keinen signifikanten Einfluss auf die endogenen Variablen und das Alter hat nur einen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis von „Elementar 1“. Der direkte Einfluss vom Ergebnis des „Elementar 1“ auf das Ergebnis des „Elementar 2“ ist ebenfalls signifikant, er erklärt 54 % ($\beta = 0{,}73$, $p < .001$).
Durch Förderung lassen sich 16 % der Varianz im Ergebnis von „Elementar 2“ erklären ($\beta = 0{,}40$, $p < .001$).
Das Modell zeigt eine gute Anpassungsgüte an die Daten ($Chi^2[4]=1{,}625$; $p = .804$; CFI = 1.00; RMSEA < .001). Insgesamt lassen sich 54 %[92] des Ergebnisses vom Test „Elementar 2“ erklären.

4.2.1.2 Ergebnisse der mathematisch schwächsten Gruppe

Als nächstes wird untersucht, ob die Förderung mit dem Programm „Elementar“ die Leistung der schwächsten Kinder der Gruppe signifikant verbessert. Dazu betrachten wir die Kinder, die im Vortest „Elementar 1“ schlechtere Ergebnissen als 75 % der Gesamtgruppe hatten (N = 26, N (Fördergruppe) = 19, N (Kontrollgruppe) = 7). Diese Gruppe wird auch als viertes Quartil bezeichnet.

Voraussetzungen für die weitere statistische Analyse

Förderung-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Förderung und Geschlecht (Fisher p = 1.000).

[92] Berechnung aus dem Bestimmtheitsmaß R^2. Das Bestimmtheitsmaß berechnet sich folgendermaßen:
$R^2 = 1$ – Koeffizienten der Residualvariablen (Weiber & Mühlhaus, 2009, S. 23).

Förderung-Alter: Die Parameter Alter (in Altersgruppen) und Förderung sind signifikant abhängig (Fisher-Test p = .035).

Förderung-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Muttersprache und Förderung (Fisher-Test p = .378).

Alter-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (Fisher-Test p =.116).

Alter-Muttersprache: Die Parameter Alter und Muttersprache sind signifikant abhängig (Fisher-Test p = .019).

Geschlecht-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Geschlecht und Muttersprache (Fisher-Test p = .238).

Ergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Regressionskoeffizienten mit ihren zugehörigen Signifikanzniveaus, wobei die Werte vor der Modellanpassung in Klammern gesetzt sind.

			ß	P
Muttersprache	⟶	Elementar 1	0 (0,056)	(0,776)
Alter	⟶	Elementar 1	0,238 (0,224)	0,222 (0,262)
Geschlecht	⟶	Elementar 1	0 (-0,007)	(0,971)
Förder- / Kontrollgruppe	⟶	Elementar 1	-0,18 (-0,164)	0,361 (0,407)
Alter	⟶	Elementar 2	0,098 (0,099)	0,558 (0,553)
Muttersprache	⟶	Elementar 2	-0,11 (-0,097)	0,496 (0,546)
Geschlecht	⟶	Elementar2	0 (0,037)	(0,811)
Förder- / Kontrollgruppe	⟶	Elementar2	0,477 (0,481)	** (**)
Elementar 1	⟶	Elementar 2	0,381 (0,381)	* (*)

Tabelle 29: Regressionskoeffizienten - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – viertes Quartil

Die folgende Grafik zeigt die endogenen und exogenen Variablen des Strukturmodells

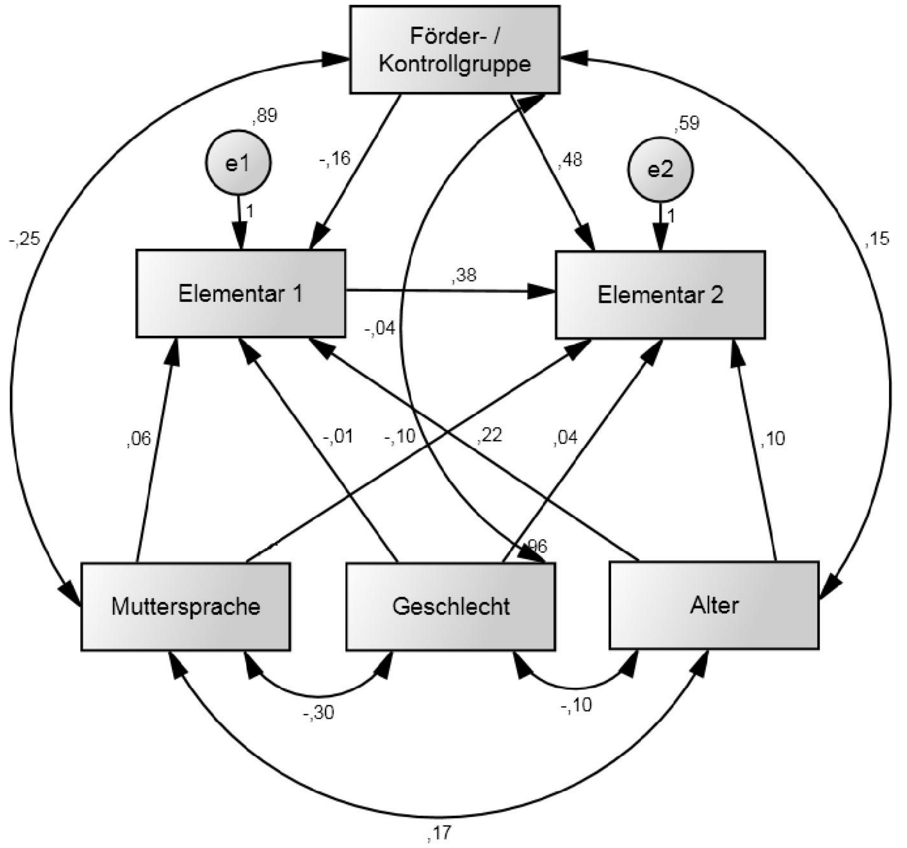


Abbildung 10: Strukturmodell - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – viertes Quartil

Die folgende Grafik zeigt das Strukturmodell nach der Anpassung.

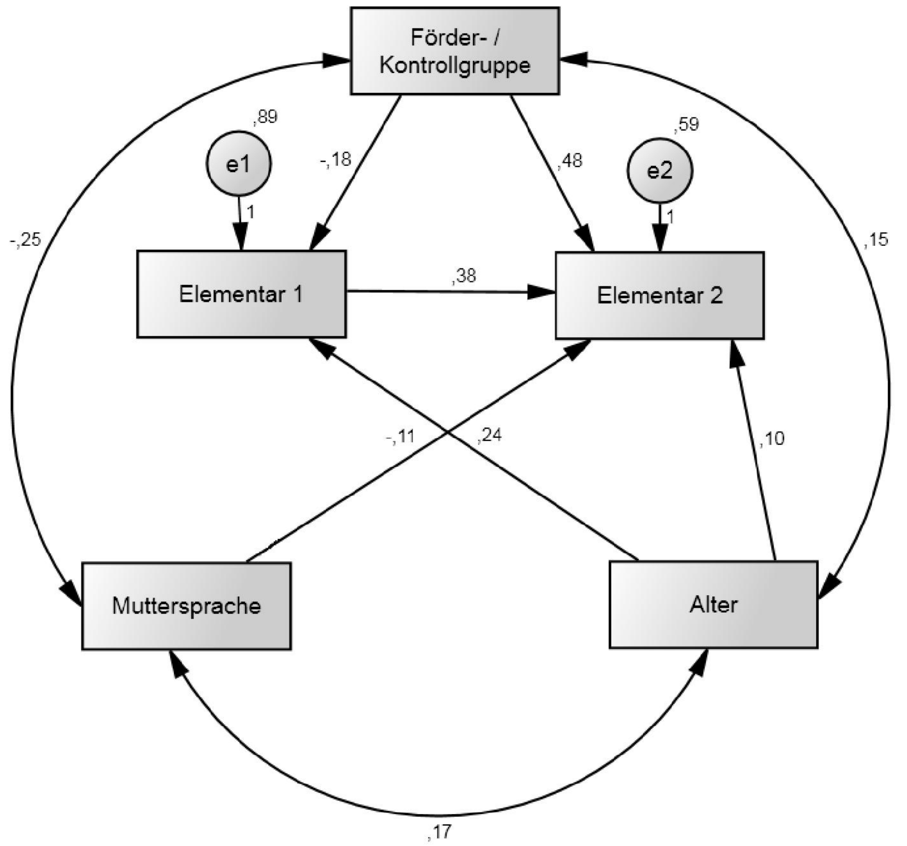


Abbildung 11: Strukturmodell (angepasst) - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – viertes Quartil

Die Parameter Alter, Muttersprache und Geschlecht haben keinen signifikanten Einfluss auf die endogenen Variablen. Der direkte Einfluss von dem Ergebnis des „Elementar 1" auf das Ergebnis des „Elementar 2" ist signifikant, er erklärt 15 % ($\beta = 0{,}38$, $p < .05$). Durch Förderung lassen sich 23 % der Varianz im Ergebnis von „Elementar 2" erklären ($\beta = 0{,}48$, $p < .01$).

Das Modell zeigt eine gute Anpassungsgüte an die Daten ($Chi^2[1] = 0{,}082$; $p = .775$; CFI = 1.00; RMSEA < .001). Insgesamt lassen sich 39 % des Ergebnisses vom Test „Elementar 2" erklären.

4.2.1.3 Ergebnisse der mathematisch stärksten Gruppe

Analog zu der vorhergehenden Untersuchung, wird überprüft, ob die Förderung mit dem Programm „Elementar" die Leistung der stärksten Kinder der Gruppe signifikant verbessert. Dazu betrachten wir die Kinder, die im Vortest „Elementar 1" bessere Ergebnissen als 75 % der Gesamtgruppe hatten (N = 26, N (Fördergruppe) = 11, N (Kontrollgruppe) = 15).

Voraussetzungen für die weitere statistische Analyse

Förderung-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Förderung und Geschlecht (Fisher-Test p = 1.000).

Förderung-Alter: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Förderung und Alter (Fisher-Test p = .560).

Förderung-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Muttersprache und Förderung (Fisher-Test p = .701).

Alter-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (Fisher-Test p =.816).

Alter-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (Fisher-Test p =.137).

Geschlecht-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Geschlecht und Muttersprache (Fisher-Test p = 1.000).

Ergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Regressionskoeffizienten mit ihren zugehörigen Signifikanzniveaus, wobei die Werte vor der Modellanpassung in Klammern gesetzt sind.

			ß	P
Muttersprache	⟶	Elementar 1	-0,203 (-0,202)	0,269 (0,271)
Alter	⟶	Elementar 1	0 (0,014)	(0,939)
Geschlecht	⟶	Elementar 1	0,288 (0,289)	0,116 (0,114)
Förderung	⟶	Elementar 1	-0,207 (-0,207)	0,259 (0,259)
Alter	⟶	Elementar 2	0 (0,127)	(0,45)
Muttersprache	⟶	Elementar 2	0,287 (0,295)	0,097 (0,085)
Geschlecht	⟶	Elementar 2	0 (-0,002)	(0,993)
Förder-/Kontrollgruppe	⟶	Elementar 2	0,434 (0,434)	* (*)
Elementar 1	⟶	Elementar 2	0,374 (0,376)	* (*)

Tabelle 30: Regressionskoeffizienten - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – erstes Quartil

Die folgende Grafik zeigt die endogenen und exogenen Variablen des Strukturmodells.

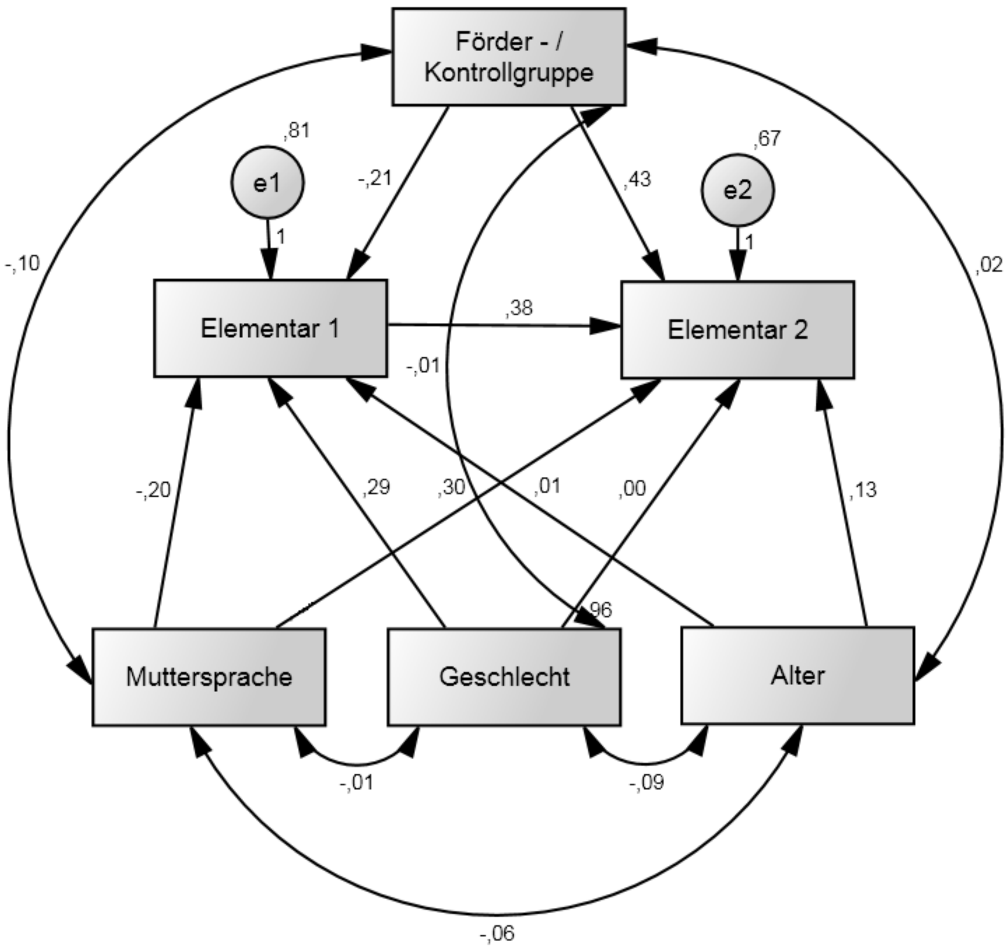


Abbildung 12: : Strukturmodell - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – erstes Quartil

Die folgende Grafik zeigt das Strukturmodell nach der Anpassung.

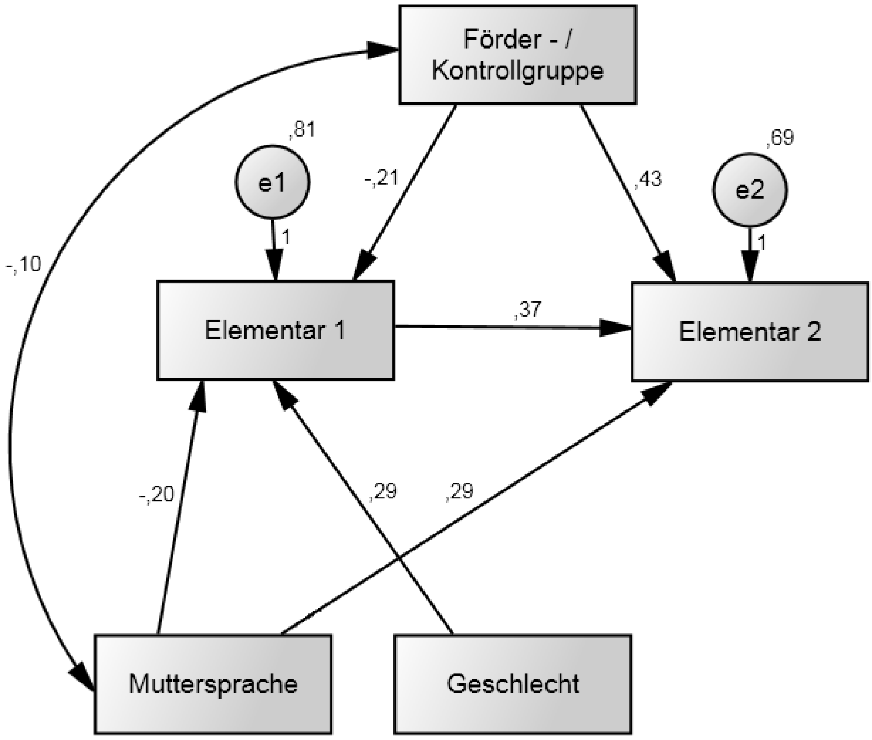


Abbildung 13: : Strukturmodell (angepasst) - „Elementar 2“ am Ende der Fördermaßnahme – erstes Quartil

Die Parameter Alter, Muttersprache und Geschlecht haben keinen signifikanten Einfluss auf die endogenen Variablen. Der direkte Einfluss von dem Ergebnis des „Elementar 1“ auf das Ergebnis des „Elementar 2“ ist signifikant, er erklärt 14 % ($\beta = 0{,}37$, $p < .05$). Durch Förderung lassen sich 19 % der Varianz im Ergebnis von „Elementar 2“ erklären ($\beta = 0{,}43$, $p < .05$).
Das Modell zeigt eine gute Anpassungsgüte an die Daten ($Chi^2[3] = 0{,}015$; $p= 1.000$; CFI = 1.00; RMSEA < .001). Insgesamt lassen sich 29 % des Ergebnisses vom Test „Elementar 2“ erklären.

4.2.2 „OTZ“

Stichprobe

82 Kinder, davon 44 Jungen und 38 Mädchen, wurden mit dem „OTZ“ getestet.
52 Kinder (m = 26, w = 26) Kinder waren zuvor mit dem Programm „Elementar“ gefördert worden, 30 Kinder (m = 18, w = 12) gehörten zur Kontrollgruppe. Die Parameter Geschlecht und Förderung sind signifikant unabhängig ($\chi^2[1; N=82] = 0{,}765$, $p = .382$).
Die Parameter Alter (in Altersgruppen) und Förderung sind signifikant unabhängig ($\chi^2[5; N=82] = 2{,}381$, $p = .794$; Fisher-Test $p = .811$). Folgende Tabelle zeigt die Altersverteilung der Stichprobe getrennt nach Förder- und Kontrollgruppe.

Alter der Kinder (Jahre.Monate)	5.3-5.5	5.6-5.8	5.9-5.11	6.0-6.2	6.3-6.5	6.6-6.8	6.9-6.11	7.0-7.2	7.3-7.5
Kontrollgruppe	0	0	7	5	7	7	2	2	0
Fördergruppe	1	5	7	11	11	14	1	1	1

Tabelle 31: Altersverteilung - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme

Die Parameter Muttersprache und Förderung sind signifikant unabhängig ($\chi^2[1; N=82] = 0,930$, p = .335; Fisher-Test p = .366).

Ergebnisse

Deskriptive Beschreibung der Ergebnisse

Beim „OTZ" waren maximal 40 Punkte zu erreichen, einen für jede Aufgabe.
Das beste Ergebnis in der Kontrollgruppe lag bei 36 Punkten, das schlechteste bei 14 Punkten, der Mittelwert lag bei 28,63 (mit Standardabweichung s = 5,308). Das beste Ergebnis in der Fördergruppe lag bei 40 Punkten, das schlechteste bei 20 Punkten, der Mittelwert lag bei 33,19 (mit Standardabweichung s = 5,303).

Diese Ergebnisse sind jedoch alleine noch nicht aussagefähig, da das Ausgangsniveau der Kinder in der Förder- und Kontrollgruppe berücksichtigt werden muss. Die Kinder der Kontrollgruppe erreichten im Vortest „Elementar 2" durchschnittlich 43,23 Punkte (s = 9,64, min = 18,80, max = 56,70), die Kinder der Fördergruppe erreichten im Vortest durchschnittlich 37,67 Punkte (s = 10,40, min = 10,45, max = 54,20).

	Ergebnis Elementar 2	Ergebnis OTZ
Fördergruppe (N=52)	m = 37,67 (s=10,40)	m = 33,19 (s=5,30)
Kontrollgruppe (N=30)	m = 43,23 (s=9,64)	m = 28,63 (s=5,31)

Tabelle 32: : Ergebnisse der Förder-/Kontrollgruppe – „OTZ" am Ende der Fördermaßnahme

Unterschiede zwischen Förder- und Kontrollgruppe

Mit einem t-Test wird überprüft, ob sich die Ergebnisse der Förder- und Kontrollgruppe im Vortest „Elementar 2" signifikant unterscheiden. Der Levene-Test der Varianzgleichheit zeigt, dass sich die Varianzen nicht signifikant unterscheiden (F = 0,97, p = .757). Im t-Test für die Mittelwertgleichheit wird also angenommen, dass die Varianzen gleich sind. Die Mittelwerte unterscheiden sich dann signifikant (T = 2,393, p = .019).

Eine Pfadanalyse (die Vorgehensweise entspricht Abschnitt 4.2.1) soll klären, ob die Förderung mit dem Programm „Elementar" signifikant die Ergebnisse im Nachtest „Elementar 2" verbessert. Als exogene Variablen werden Förderung, Alter, Geschlecht und Muttersprache und als endogene Variablen „Elementar 2" und „OTZ" spezifiziert.

4.2.2.1 Ergebnisse der gesamten Gruppe

Voraussetzungen für die weitere statistische Analyse

1. **Paarweise Unabhängigkeit der Parameter**

Zunächst wird geprüft, ob die Parameter „Alter“ (gemessen in Altersstufen), „Geschlecht“, „Muttersprache“ und „Kindergarten“ paarweise unabhängig sind. Die Ergebnisse werden in der folgenden Tabelle dargestellt und anschließend beschrieben.

	Geschlecht	Kindergarten	Muttersprache
Alter	$\chi^2[5; N=82] = 5{,}057$, $p = .409$; Fisher-Test $p = .416$	Fisher Test $p = .026$	$\chi^2[5; N=82] = 4{,}672$, $p = .457$; Fisher-Test $p = .458$
Geschlecht		$\chi^2[3; N= 82] = 8{,}286$, $p = .040$; Fisher-Test $p = .040$	$\chi^2[1; N= 82] = 6{,}207$, $p = .013$; Fisher-Test $p = .016$
Kinder-Garten			$\chi^2[3; N= 82] = 24{,}183$, $p = .000$; Fisher-Test $p = .000$

Tabelle 33: Abh. zw. den Par. - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Alter-Geschlecht: Beide Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht ($\chi^2[5; N=82] = 5{,}057$, $p = .409$; Fisher-Test $p = .416$). Es kann also von einer Unabhängigkeit der Parameter Alter und Geschlecht ausgegangen werden.

Alter-Kindergarten: Der Chi-Quadrat-Test kann hier kein sinnvolles Ergebnis liefern, da 18 Zellen (75%) eine erwartete Häufigkeit kleiner 5 haben. Der Fisher-Exakt-Test gibt an, dass die Parameter Alter und Kindergarten signifikant abhängig sind (Fisher Test $p = .026$).

Alter-Muttersprache: Beide Tests verwerfen die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Muttersprache ($\chi^2[5; N=82] = 4{,}672$, $p = .457$; Fisher-Test $p = .458$). Damit kann von einer Unabhängigkeit der Parameter Alter und Muttersprache ausgegangen werden.

Muttersprache-Kindergarten: Die Parameter Muttersprache und Kindergarten sind signifikant abhängig ($\chi^2[3; N= 82] = 24{,}183$, $p = .000$; Fisher-Test $p = .000$).

Geschlecht-Kindergarten: Die Parameter Geschlecht und Kindergarten sind signifikant abhängig ($\chi^2[3; N= 82] = 8{,}286$, $p = .040$; Fisher-Test $p = .040$).

Geschlecht-Muttersprache: Die Parameter Geschlecht und Muttersprache sind signifikant abhängig ($\chi^2[1; N= 82] = 6.207$, $p = .013$; Fisher-Test $p = .016$).

Folgende Grafik visualisiert die Abhängigkeiten zwischen den Parametern.

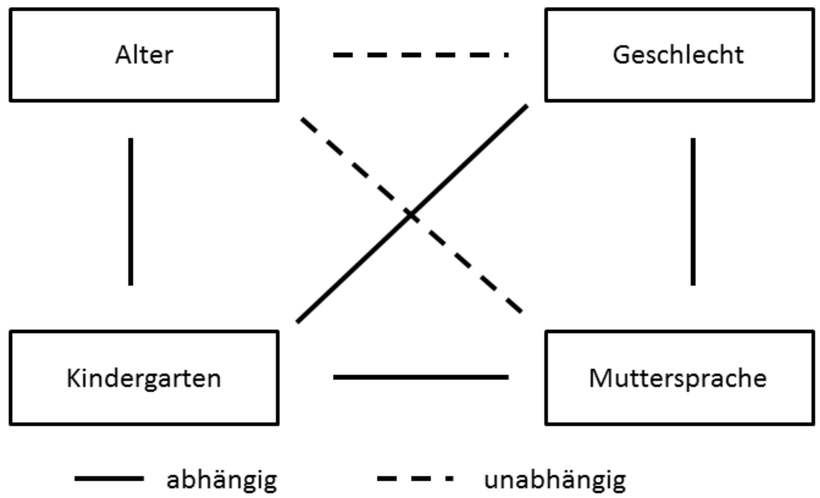


Abbildung 14: Abh. zw. den Par. - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Wegen der starken Abhängigkeit zwischen den Parametern „Kindergarten“ und „Muttersprache“, wird der Parameter „Kindergarten“ nicht in die folgenden Analysen einbezogen.

2. Normalverteilung der Ergebnisse

Mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test überprüfen wir, ob die Testergebnisse der Tests „Elementar 2“ und „OTZ“ normalverteilt sind.[93]

„Elementar 2“: Mit einem Signifikanzniveau von .106 bzw. .200 weichen die Daten der Kontrollgruppe (D(30) = 0,145) und der Fördergruppe (D(52) = 0,105) nicht signifikant von der Normalverteilung ab.

„OTZ“: Mit einem Signifikanzniveau von .157 weichen die Daten der Kontrollgruppe ebenfalls nicht signifikant von der Normalverteilung ab (D(30) = 0,137), die Daten der Fördergruppe weichen hingegen mit einem Signifikanzniveau von .042 signifikant von der Normalverteilung ab (D(52) = 0,125). Wie man in folgender Grafik sehen kann, gibt es in der Fördergruppe einen unverhältnismäßig großen Anteil von guten Ergebnissen im Nachtest „OTZ“.

[93] An dieser Stelle wird nur überprüft, ob die Testergebnisse der 82 Kinder aus der älteren Kohorte, die zu beiden Messzeitpunkten getestet wurden, normalverteilt sind.

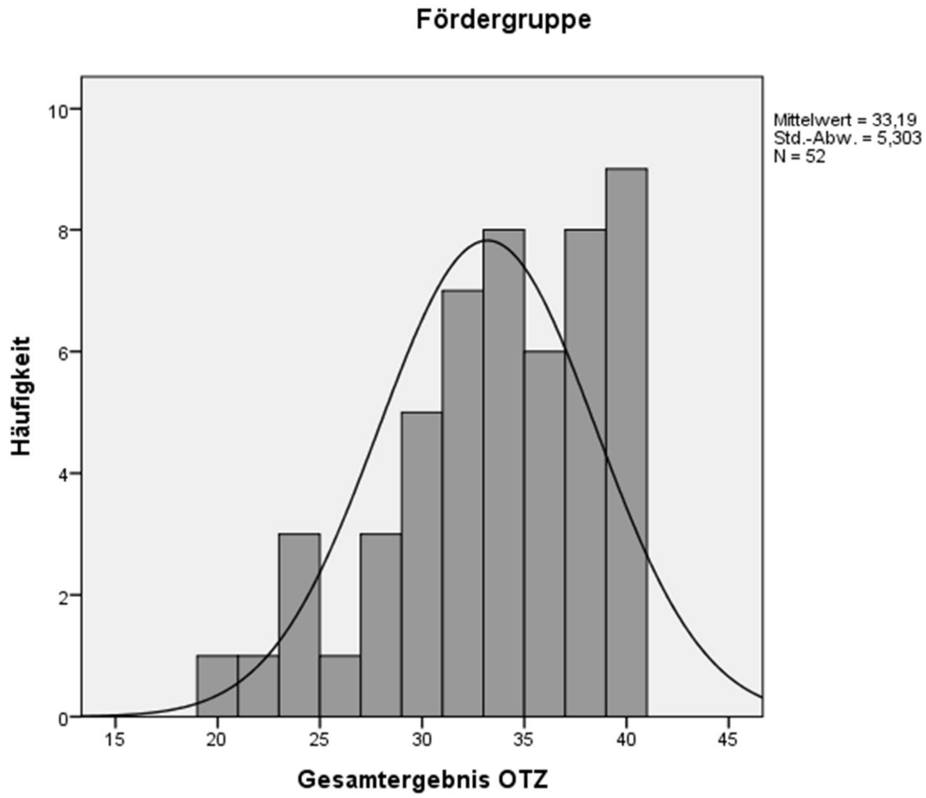


Abbildung 15: Normalverteilung - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Ergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Regressionskoeffizienten mit ihren zugehörigen Signifikanzniveaus, wobei in Klammern die Werte vor der Modellanpassung stehen.

			ß	P
Muttersprache	→	Elementar 2	0 (-0,122)	(0,265)
Alter	→	Elementar 2	0 (0,107)	(0,321)
Geschlecht	→	Elementar 2	-0,168 (-0,176)	0,113 (0,115)
Förderung	→	Elementar 2	-0,242 (-0,248)	0,023 (0,019)
Alter	→	OTZ	0 (0,112)	(0,087)
Muttersprache	→	OTZ	0 (-0,112)	(0,093)
Geschlecht	→	OTZ	0 (-0,071)	(0,298)
Förderung	→	OTZ	0,576 (0,569)	*** (***)
Elementar 2	→	OTZ	0,734 (0,698)	*** (***)

Tabelle 34: Regressionskoeffizienten - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Die folgende Grafik zeigt die endogenen und exogenen Variablen des Strukturmodells.

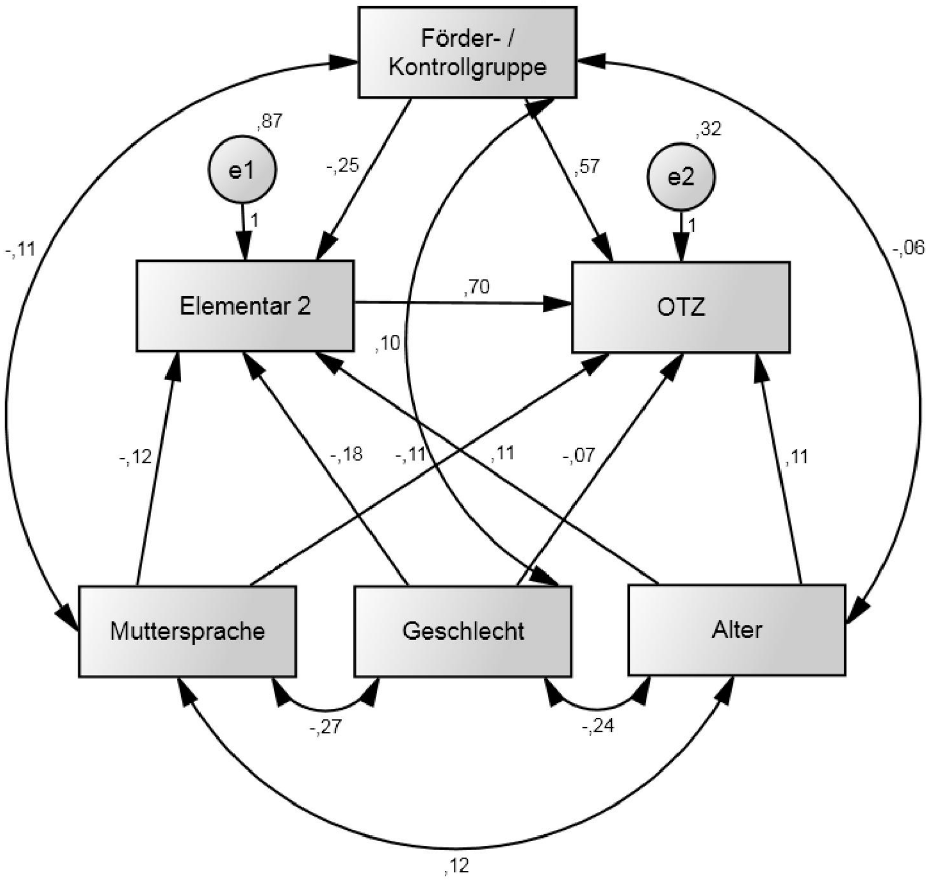


Abbildung 16: Strukturmodell - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Die folgende Grafik zeigt das Strukturmodell nach der Anpassung.

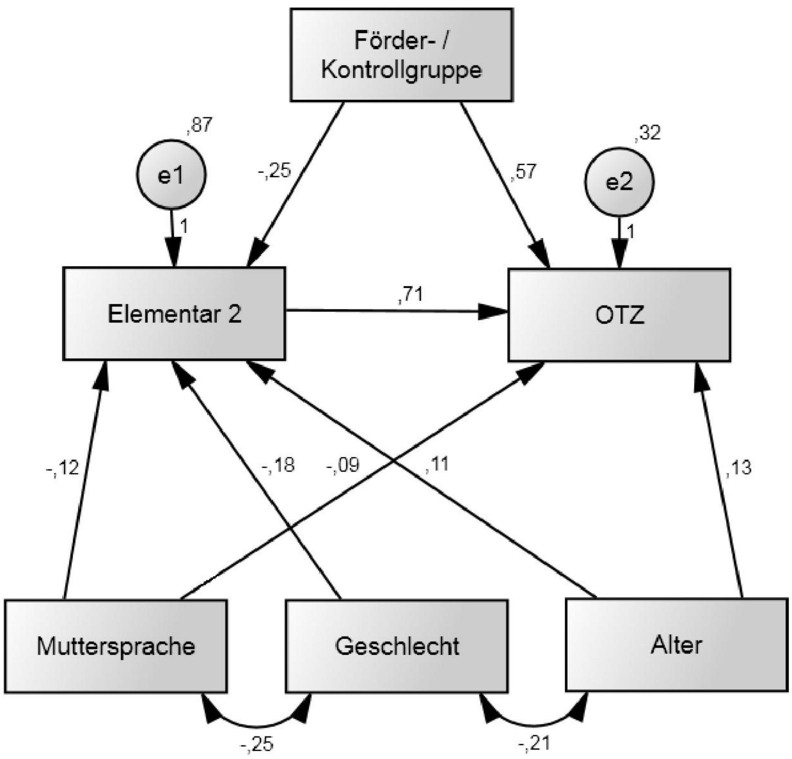


Abbildung 17: Strukturmodell (angepasst) - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – gesamte Gruppe

Die Variablen Geschlecht, Muttersprache und Alter haben keinen signifikanten Einfluss auf die endogenen Variablen. Der direkte Einfluss vom Ergebnis des „Elementar 2“ auf das Ergebnis des „OTZ“ ist signifikant, er erklärt 50 % ($\beta = 0,71$, $p < .001$).
Durch Förderung lassen sich 32 % der Varianz im Ergebnis von „OTZ“ erklären ($\beta = 0,57$, $p < .001$). Das Modell zeigt eine gute Anpassungsgüte an die Daten ($Chi^2[5] = 3,636$; $p = .603$; CFI = 1.00; RMSEA < .001). Insgesamt lassen sich 68% des Ergebnisses vom Test „OTZ“ erklären.

4.2.2.2 Ergebnisse der mathematisch schwächsten Gruppe

Als nächstes wird untersucht, ob die Förderung mit dem Programm „Elementar“ die Leistung der schwächsten Kinder der Gruppe signifikant verbessert und ob sie das Niveau sogar angleicht. Dafür betrachten wir die Kinder, die im Vortest „Elementar 2“ schlechtere Ergebnissen als 75 % der Gesamtgruppe hatten (N = 21, N (Fördergruppe) = 15, N (Kontrollgruppe) = 6).

Voraussetzungen für die weitere statistische Analyse

Förderung-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Förderung und Geschlecht (Fisher-Test p = 1.000).

Förderung-Alter: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Förderung und Geschlecht (Fisher-Test p = .240).

Förderung-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Muttersprache und Förderung (Fisher-Test p = 1.000).

Alter-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (p = .654).

Alter-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (p = .832).

Geschlecht-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft (sehr knapp) die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Geschlecht und Muttersprache (Fisher-Test p = .056).

Ergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Regressionskoeffizienten mit ihren zugehörigen Signifikanzniveaus, wobei in Klammern die Werte vor der Modellanpassung stehen.

			ß	P
Muttersprache	→	Elementar 2	-0,291 (-0,286)	0,158 (0,229)
Alter	→	Elementar 2	0,209 (0,208)	0,310 (0,328)
Geschlecht	→	Elementar 2	0 (0,009)	(0,971)
Förder- / Kontrollgruppe	→	Elementar 2	-0,216 (-0,216)	0,295 (0,306)
Alter	→	OTZ	0 (0,023)	(0,879)
Muttersprache	→	OTZ	0 (-0,028)	(0,873)
Geschlecht	→	OTZ	0 (-0,087)	(0,600)
Förder- / Kontrollgruppe	→	OTZ	0,531 (0,528)	*** (***)
Elementar 2	→	OTZ	0,654 (0,656)	*** (***)

Tabelle 35: Regressionskoeffizienten - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – viertes Quartil

Die folgende Grafik zeigt die endogenen und exogenen Variablen des Strukturmodells.

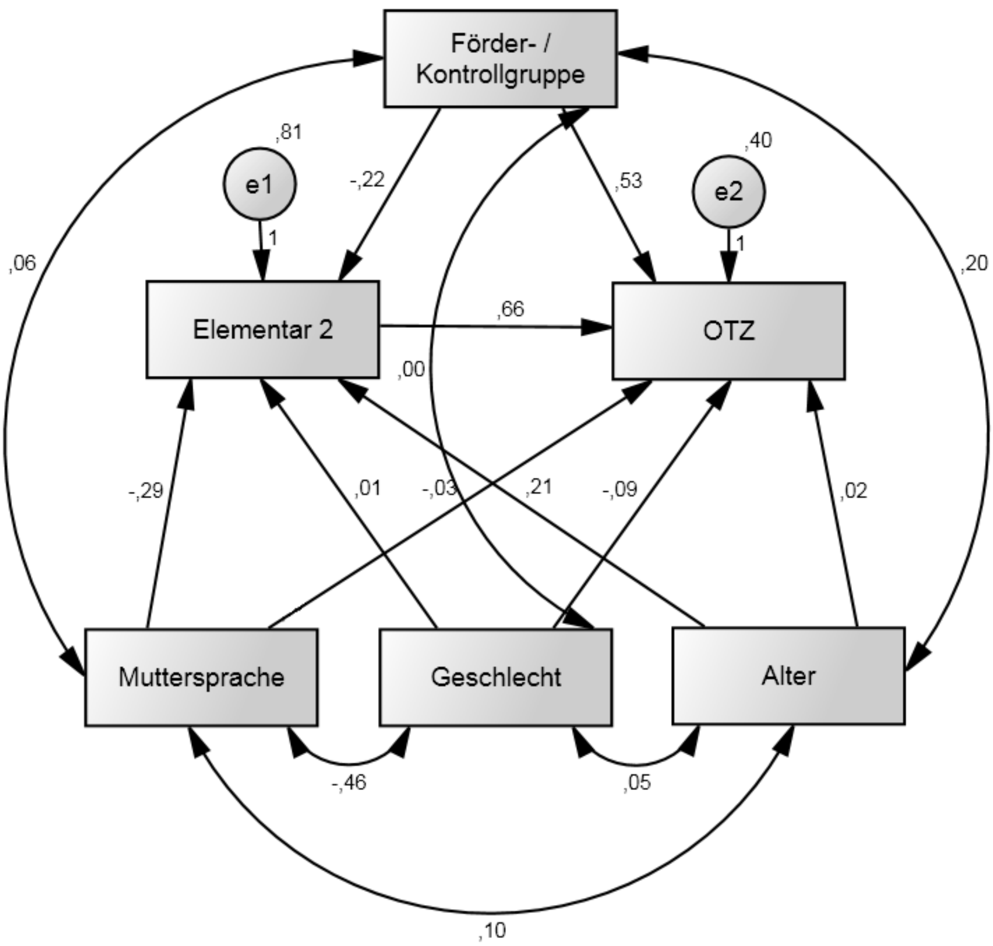


Abbildung 18: Strukturmodell - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – viertes Quartil

Die folgende Grafik zeigt das Strukturmodell nach der Anpassung.

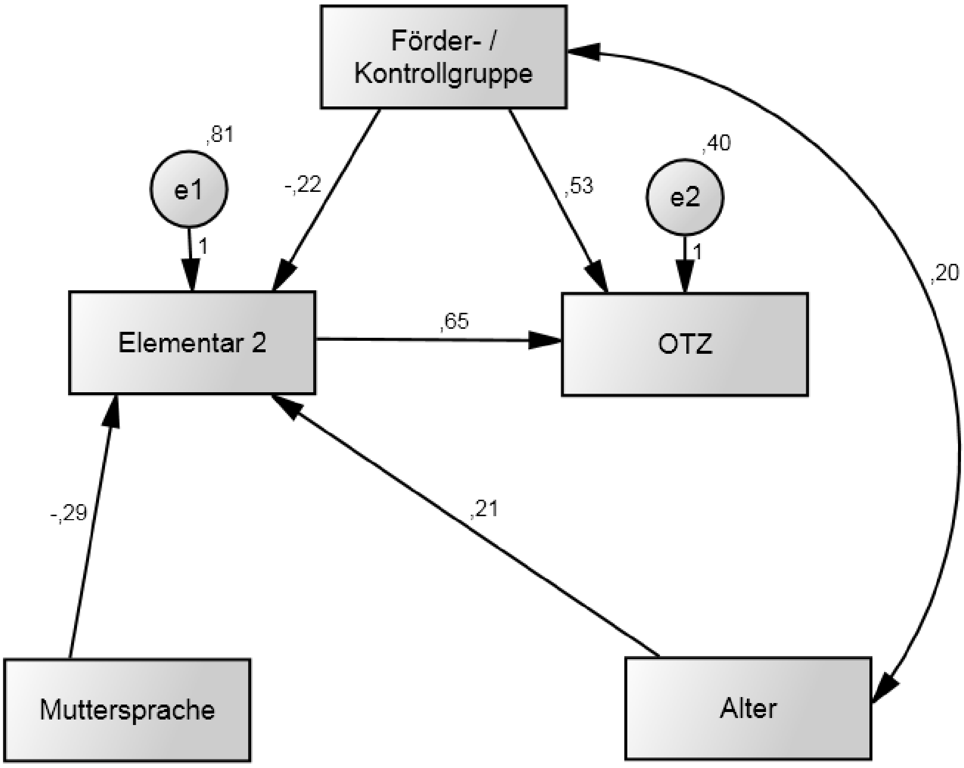


Abbildung 19: Strukturmodell (angepasst) - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – viertes Quartil

Die Parameter Alter, Muttersprache und Geschlecht haben keinen signifikanten Einfluss auf die endogenen Variablen. Der direkte Einfluss von dem Ergebnis des „Elementar 2“ auf das Ergebnis des „OTZ“ ist signifikant, er erklärt 43 % ($\beta = 0{,}65$, $p < .001$).
Durch Förderung lassen sich 28 % der Varianz im Ergebnis von „OTZ“ erklären ($\beta = 0{,}53$, $p < .001$).
Das Modell zeigt eine gute Anpassungsgüte an die Daten (Chi²[4] = 0,259; p = .992; CFI = 1.00; RMSEA < .001). Insgesamt lassen sich 58% des Ergebnisses vom Test „OTZ“ erklären.

4.2.2.3 Ergebnisse der mathematisch stärksten Gruppe

Analog zu der vorhergehenden Untersuchung, wird überprüft, ob die Förderung mit dem Programm „Elementar“ die Leistung der stärksten Kinder der Gruppe signifikant verbessert. Dazu betrachten wir die Kinder, die im Vortest „Elementar 2“ bessere Ergebnissen als 75 % der Gesamtgruppe hatten (N = 21, N (Fördergruppe) = 10, N (Kontrollgruppe) = 11).

Voraussetzungen für die weitere statistische Analyse

Förderung-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test[94] verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Förderung und Geschlecht (Fisher-Test p = 1.000).

[94] Da die Anzahl der Beobachtungen in einigen Altersgruppen relativ klein ist, wird nur ein Fisher-Exakt-Test durchgeführt.

Förderung-Alter: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Förderung und Geschlecht (Fisher-Test p = 1.000).

Förderung-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Muttersprache und Förderung (Fisher-Test p = .670).

Alter-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (p = .919).

Alter-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (p = .653).

Geschlecht-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Geschlecht und Muttersprache (Fisher-Test p = 1.000).

Ergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Regressionskoeffizienten mit ihren zugehörigen Signifikanzniveaus, wobei in Klammern die Werte vor der Modellanpassung stehen.

			ß	P
Muttersprache	⟶	Elementar 2	-0,462 (-0,458)	* (*)
Geschlecht	⟶	Elementar 2	0,154 (0,178)	0,429 (0,372)
Förder - / Kontrollgruppe	⟶	Elementar 2	-0,191 (-0,21)	0,333 (0,293)
Alter	⟶	Elementar 2	0 (0,1)	(0,623)
Förder - / Kontrollgruppe	⟶	OTZ	0,759 (0,754)	*** (***)
Elementar 2	⟶	OTZ	0,159 (0,157)	0,306 (0,317)
Muttersprache	⟶	OTZ	-0,115 (-0,115)	0,457 (0,456)
Geschlecht	⟶	OTZ	-0,128 (-0,122)	0,355 (0,393)
Alter	⟶	OTZ	0 (0,022)	(0,876)

Tabelle 36: Regressionskoeffizienten - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – erstes Quartil

Die folgende Grafik zeigt die endogenen und exogenen Variablen des Strukturmodells.

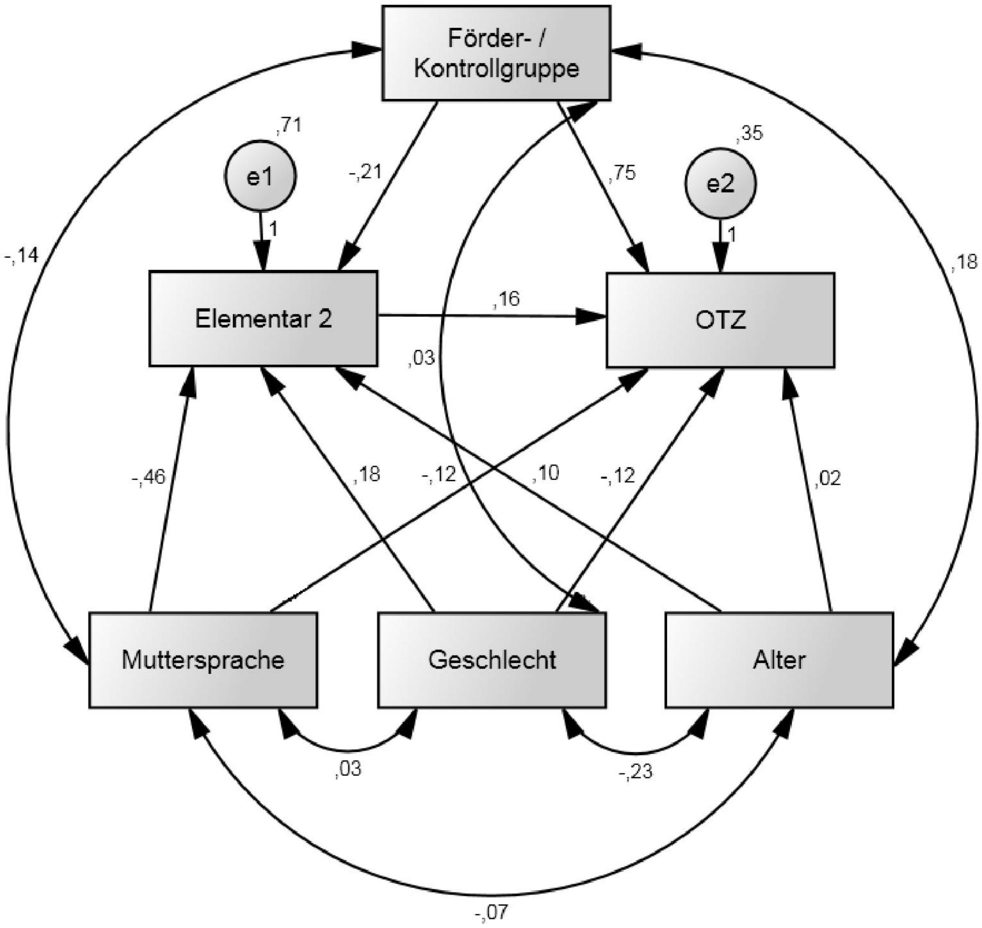


Abbildung 20: Strukturmodell - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – erstes Quartil

Die folgende Grafik zeigt das Strukturmodell nach der Anpassung.

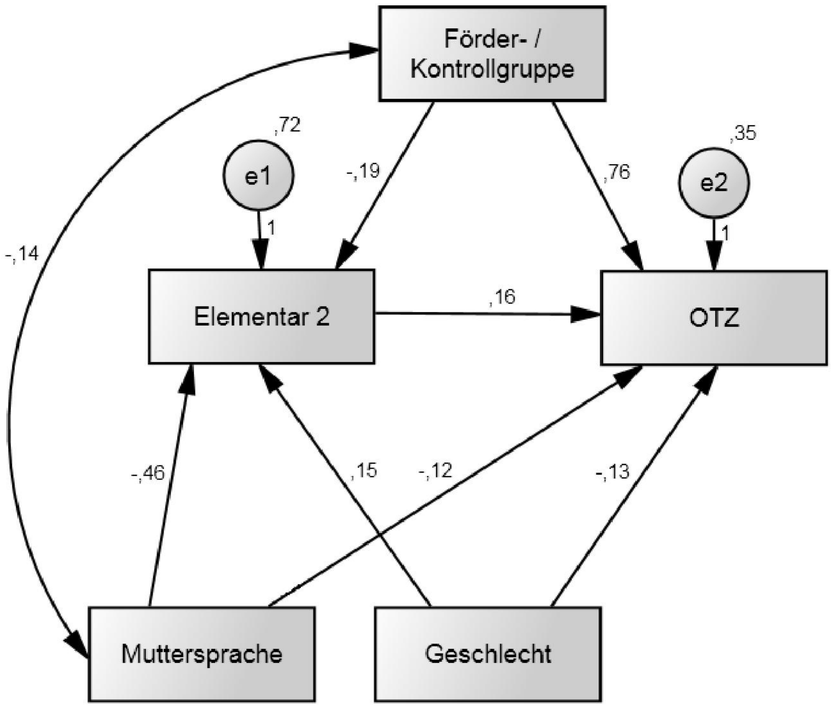


Abbildung 21: Strukturmodell (angepasst) - „OTZ“ am Ende der Fördermaßnahme – erstes Quartil

Alter und Geschlecht haben keinen signifikanten Einfluss auf die endogenen Variablen, Muttersprache hat nur signifikanten Einfluss auf „Elementar 2“. Der direkte Einfluss von dem Ergebnis des „Elementar 2“ auf das Ergebnis des „OTZ“ ist nicht signifikant (β = 0,16, p = .306).
Durch Förderung lassen sich 58 % der Varianz im Ergebnis von „OTZ“ erklären (β = 0,76, p < .001).
Das Modell zeigt eine gute Anpassungsgüte an die Daten (Chi²[2] = 0,043; p = .979; CFI = 1.00; RMSEA < .001). Insgesamt lassen sich 63% des Ergebnisses vom Test „OTZ“ erklären.

4.2.3 Einjährige vs. zweijährige Förderung

Ziel dieses Datensatzes wäre zu überprüfen, ob bei einer zweijährigen Förderung mit dem Programm „Elementar“ die Fördermaßnahme im zweiten Jahr weniger nutzbringend ist, als wenn vorher keine Förderung mit dem Programm stattgefunden hat. Das würde bedeuten, dass ein Sättigungseffekt eintritt.

Stichprobe

Von 25 Kindern (14 Jungen und 11 Mädchen) liegen die Daten zu drei Messzeitpunkten (Erhebungsmethoden: „Elementar 1“, „Elementar 2“ und „OTZ“) vor. Von diesen Kindern wurden 10 Kinder (m = 5, w = 5) zwei Jahre mit dem Programm „Elementar“ gefördert, 9 Kinder (m = 4, w = 5) wurden ein Jahr (zwischen Elementar 2 und OTZ) mit dem Programm „Elementar“ gefördert, 6 Kinder (m = 5, w = 1) gehörten zur Kontrollgruppe.

Ergebnisse

Aufgrund der kleinen Stichprobenzahl ist es nicht möglich weitere Parameter wie Geschlecht oder Alter in eine detailliertere Auswertung einzubeziehen. Die nachfolgende Tabelle zeigt Mittelwerte und Standardabweichungen der drei Gruppen zu den drei Messzeitpunkten.

	Elementar 1	Elementar 2	OTZ
Kontrollgruppe (N = 6)	m = 41,53, s = 11,74	m = 36,38, s = 11,30	m = 27,50, s = 5,54
1-jähr. Fördergruppe (N = 9)	m = 53,54, s = 10,22	m = 43,14, s = 14,17	m = 34,89, s = 5,70
2-jähr. Fördergruppe (N = 10)	m = 38,97, s = 8,88	m = 40,53, s = 6,27	m = 31,00, s = 3,71

Tabelle 37: Ergebnisse der 1jähr. Förder-/2jähr. Förder-/Kontrollgruppe

Die offensichtlich sehr großen Unterschiede im Vortest erlauben keine Interpretation der Nützlichkeit von ein- vs. zweijähriger Förderung.

4.3 Tests ein Jahr nach Ende der Fördermaßnahme

Die langfristige Wirksamkeit des Förderprogramms zu untersuchen, ist ein wichtiges Ziel dieser Studie (vgl. Forschungsfragen in Unterkapitel 3.2). Hierfür wurden einige Kinder aus der Stichprobe zu einem dritten Messzeitpunkt (am Ende der ersten Klasse) mit dem „Demat 1+“ (Krajewski, Küspert, Schneider, & Visé, 2002) getestet. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse aus dem „Demat 1+“ beschrieben und die Ergebnisse aus zugehörigen Analysen dargestellt.

Stichprobe

Aus studienbedingten Gründen konnten nur diejenigen Kinder am Ende der ersten Klasse getestet werden, die im Kindergartenjahr 2009/2010[95] an der Untersuchung teilgenommen hatten. Aufgrund weiterer Ausfälle (Drop-Out-Rate gesamt 43 %[96]), konnten schließlich nur 26 Kinder (13 Jungen und 13 Mädchen) mit dem „Demat 1+“ getestet wurden. Aus dem Test ergibt sich, dass die Paramater Förderung und Geschlecht signifikant unabhängig sind (Fisher-Test p = 1.000).
Die Kinder besuchten im Juli 2011 eine von vier Grundschulen im Raum Heidelberg. 17 (m = 9, w = 8) dieser Kinder waren im Kindergartenjahr 2009/2010 mit dem Programm „Elementar“ gefördert worden, 9 (m = 4, w = 5) Kinder gehörten zur Kontrollgruppe. Die folgende Tabelle zeigt die Altersverteilung der Stichprobe. Kinder, die innerhalb eines Vierteljahres geboren wurden, werden zu einer Altersgruppe zusammengefasst:

Alter der Kinder (Jahre.Monate)	6.6-6.8	6.9-6.11	7.0-7.2	7.3-7.5	7.6-7.8	7.9-7.11
Kontrollgruppe	0	1	1	2	3	2
Fördergruppe	1	3	4	4	5	0

Tabelle 38: Altersverteilung - „Demat“

Die Parameter Förderung und Alter sind signifikant unabhängig (der Fisher-Exakt-Test verwirft nur knapp die Hypothese einer Abhängigkeit: p = 0.073).
Die Parameter Förderung und Muttersprache sind signifikant unabhängig (Fisher-Exakt-Test p = .667).

Ergebnisse

Deskriptive Beschreibung der Ergebnisse
Insgesamt sind beim „Demat 1+“ 36 Punkte zu erreichen, die Aufgaben wurden jeweils mit maximal 3,4 oder 5 Punkten bewertet.

Das beste Ergebnis in der Kontrollgruppe im „Demat 1+“ lag bei 31 Punkten, das schlechteste bei 13 Punkten, der Mittelwert lag bei 21,00 (mit Standardabweichung s = 5,852). Das beste Ergebnis in der Fördergruppe lag bei 34 Punkten, das schlechteste bei 16 Punkten, der Mittelwert lag bei 24,88 (mit Standardabweichung s = 5,840).
Diese Ergebnisse sind jedoch auch hier alleine noch nicht aussagefähig, da das Ausgangsniveau der Kinder in Förder- und Kontrollgruppe berücksichtigt werden muss. Die Kinder der Kontrollgruppe erreichten im Vortest „Elementar 2“ durchschnittlich 42,01 Punkte (s = 6,03, min = 33,25, max = 51,50), die Kinder der Fördergruppe erreichten im Vortest durchschnittlich 37,78 Punkte (s = 10,52, min = 13,10, max = 53,55).

	Elementar 2	OTZ	Demat 1+
Fördergruppe (N = 17)	m = 37,78, s = 10,52	m = 33,71, s = 5,16	m = 24,88, s = 5,84
Kontrollgruppe (N = 9)	m = 42,01 , s = 6,03	m = 29,56, s =4,28	m = 21,00, s = 5,85

Tabelle 39: Ergebnisse der Förder-/Kontrollgruppe – „Demat“

Unterschiede zwischen Förder- und Kontrollgruppe
Die Unterschiede zwischen Förder- und Kontrollgruppe im Vortest „Elementar 2“ werden mit einem t-Test überprüft. Der Levene-Test der Varianzgleichheit zeigt, dass sich die

[95] Bei dieser Studie handelt es sich um ein Kohortensequenzdesign (vgl. Untersuchungsdesign in 3.3).
[96] Vgl. Unterkapitel 3.4

Varianzen nicht signifikant unterscheiden (F = 1,371, p = .253). Im t-Test für die Mittelwertgleichheit wird also angenommen, dass die Varianzen gleich sind. Die Mittelwerte unterscheiden sich nicht signifikant (T = 1,105, p = .206).

Mithilfe einer Pfadanalyse wird geklärt, ob die Förderung mit dem Programm „Elementar“ langfristig signifikant die Mathematikleistung verbessert. Die Pfadanalyse wird mit Vortest „Elementar 2“, Nachtest „OTZ“ und Follow Up-Test „Demat“ durchgeführt, als exogene Variablen werden Förderung, Alter, Geschlecht, Muttersprache, als endogene Variablen werden „Elementar 2“, „OTZ“ und „Demat“ betrachtet.

Voraussetzung für die weitere statistische Analyse

1. **Paarweise Unabhängigkeit der Parameter**

Als Voraussetzung für die weitere statistische Analyse werden die Parameter „Alter“, (gemessen in Altersstufen), „Geschlecht“, „Muttersprache“ und „Kindergarten“ auf paarweise Unabhängigkeit überprüft. Die Ergebnisse werden in der folgenden Tabelle dargestellt und anschließend beschrieben.

	Geschlecht	Kindergarten	Muttersprache
Alter	Fisher-Test p = .822	Fisher-Test p = .064	Fisher-Test p = .239
Geschlecht		Fisher-Test p = .249	Fisher-Test p = .202
Kindergarten			Fisher-Test p = .012

Tabelle 40: Abhängigkeit zwischen den Parametern – „Demat“

Alter-Geschlecht: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Geschlecht (p = .822).

Alter-Kindergarten: Der Fisher-Exakt-Test verwirft nur knapp die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Kindergarten (p = .064).

Alter-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Alter und Muttersprache (p = .239).

Muttersprache-Kindergarten: Die Parameter Muttersprache und Kindergarten sind signifikant abhängig (Fisher-Test p = .012).

Geschlecht-Kindergarten: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Geschlecht und Kindergarten (p = .249).

Geschlecht-Muttersprache: Der Fisher-Exakt-Test verwirft die Hypothese einer Abhängigkeit zwischen Geschlecht und Muttersprache (p = .202).

Folgende Grafik visualisiert die Abhängigkeiten zwischen den Parametern.

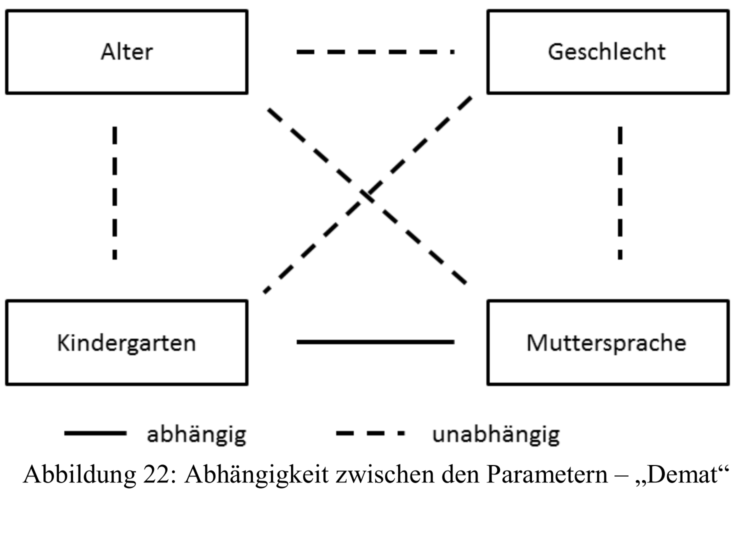


Abbildung 22: Abhängigkeit zwischen den Parametern – „Demat“

Wegen der starken Abhängigkeit zwischen den Parametern „Kindergarten“ und „Muttersprache“, wird der Parameter „Kindergarten“ nicht in die folgenden Analysen einbezogen.

2. **Normalverteilung der Ergebnisse**

Die Ergebnisse der Tests „Elementar 2“, „OTZ“ und „Demat“ unterscheiden sich nicht signifikant von der Normalverteilung (Kolmogorov-Smirnov-Test „Elementar 2“: $D(26) = 0{,}125$, $p = .200$; „OTZ“: $D(26) = 0{,}169$, $p = .054$; „Demat“ $D(26) = 0{,}123$, $p = .200$).[97]

Ergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Regressionskoeffizienten mit ihren zugehörigen Signifikanzniveaus, wobei in Klammern die Werte vor der Modellanpassung stehen.

			ß	P
Förder- / Kontrollgruppe	⟶	Elementar 2	-0,152 (-0,152)	0,493 (0,493)
Muttersprache	⟶	Elementar 2	-0,139 (-0,139)	0,468 (0,468)
Alter	⟶	Elementar 2	0,118 (0,118)	0,593 (0,593)
Geschlecht	⟶	Elementar 2	0,127 (0,127)	0,507 (0,507)
Förderung	⟶	OTZ	0,615 (0,615)	*** (***)
Elementar2	⟶	OTZ	0,563 (0,563)	*** (***)
Alter	⟶	OTZ	0,193 (0,193)	0,194 (0,219)
Muttersprache	⟶	OTZ	-0,105 (-0,105)	(0,442)
Geschlecht	⟶	OTZ	0,104 (0,104)	(0,446)
Förder- / Kontrollgruppe	⟶	DEMAT	0,061 (0,075)	0,719 (0,663)
OTZ	⟶	DEMAT	0,678 (0,673)	*** (***)
Alter	⟶	DEMAT	0,046 (0,06)	0,771 (0,699)
Geschlecht	⟶	DEMAT	0,135 (0,139)	0,302 (0,298)
Muttersprache	⟶	DEMAT	0 (-0,03)	(0,823)

Tabelle 41: Regressionskoeffizienten – „Demat“

[97] An dieser Stelle wird überprüft, ob die Testergebnisse der 26 Kinder, die zu den drei Messzeitpunkten getestet wurden, normalverteilt sind.

Die folgende Grafik zeigt die endogenen und exogenen Variablen des Strukturmodells.

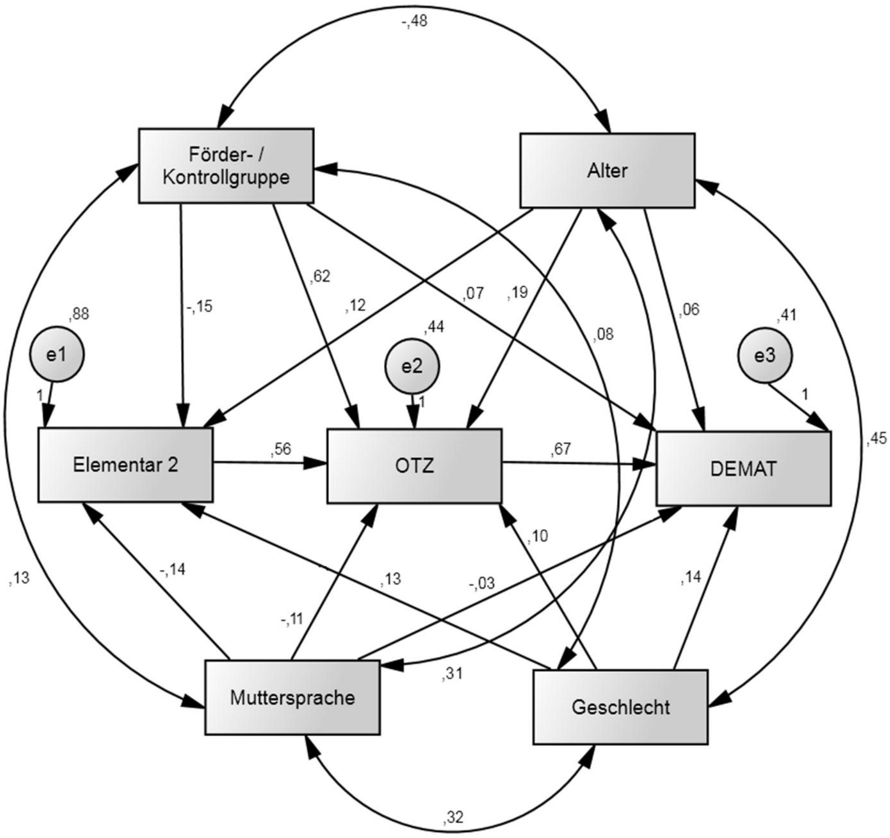


Abbildung 23: Strukturmodell – „Demat“

Die folgende Grafik zeigt das Strukturmodell nach der Anpassung.

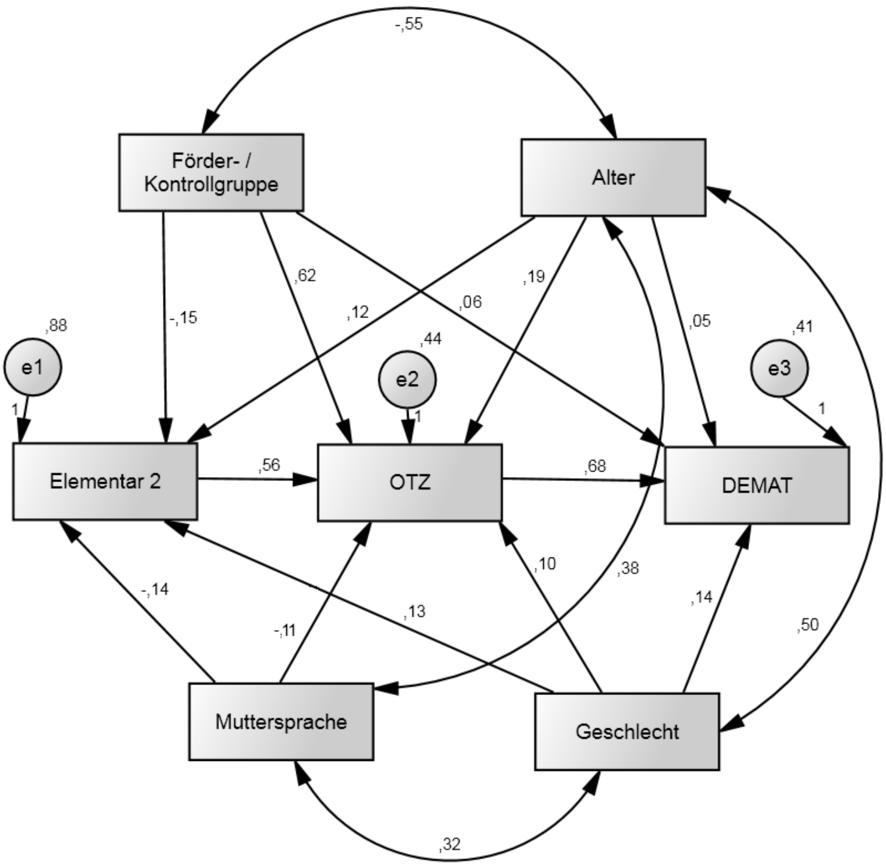


Abbildung 24: Strukturmodell (angepasst) – „Demat“

Die Variablen Geschlecht, Alter und Muttersprache haben keinen signifikanten Einfluss auf die endogenen Variablen wie man in folgender Tabelle sieht. Der direkte Einfluss von dem Ergebnis des „Elementar 2“ auf das Ergebnis des „OTZ“ ist signifikant, er erklärt 32% ($\beta = 0,563$, $p < .001$). Weiterhin ist der direkte Einfluss vom Ergebnis des „OTZ“ auf das Ergebnis des „Demat“ signifikant, er erklärt 46 % ($\beta = 0,678$, $p < .001$).
Durch Förderung lassen sich 38 % der Varianz im Ergebnis von „OTZ“ erklären ($\beta = 0,615$, $p < .001$). Die Förderung hat keinen zusätzlichen signifikanten Effekt auf das Ergebnis des Demat ($\beta = 0,061$, $p = .719$).
Das Modell zeigt eine gute Anpassungsgüte an die Daten ($Chi^2[4] = 1,114$; $p= .892$; $CFI = 1.00$; $RMSEA < 0.001$). Insgesamt lassen sich 57 % des Ergebnisses vom Test „Demat“ erklären.

Mit der soeben beschriebenen Pfadanalyse konnte gezeigt werden, dass sich die zuvor geförderten Kinder nach Beendigung der Fördermaßnahme (genauer: innerhalb der ersten Klasse) nicht signifikant stärker mathematisch entwickeln als die Kinder der Kontrollgruppe. Es bleibt noch zu klären, ob die geförderten Kinder ein Jahr nach Beendigung der Fördermaßnahme signifikant bessere Mathematikleistungen bringen als die Kinder der Kontrollgruppe. Eine positive Beantwortung stellt die langfristige Wirksamkeit des Förderprogramms sicher.

Die Analyse wird hierzu ohne den OTZ durchgeführt:
Die folgende Tabelle zeigt die Regressionskoeffizienten mit ihren zugehörigen Signifikanzniveaus, wobei in Klammern die Werte vor der Modellanpassung stehen.

			ß	P
Förder- / Kontrollgruppe	→	Elementar 2	-0,152 (-0,152)	0,551 (0,553)
Muttersprache	→	Elementar 2	-0,139 (-0,139)	0,521 (0,523)
Alter	→	Elementar 2	0,118 (0,118)	0,687 (0,687)
Geschlecht	→	Elementar 2	0,127 (0,127)	0,596 (0,596)
Förder- / Kontrollgruppe	→	DEMAT	0,501 (0,501)	* (*)
Alter	→	DEMAT	0,181 (0,181)	0,437 (0,437)
Geschlecht	→	DEMAT	0,198 (0,198)	0,297 (0,297)
Muttersprache	→	DEMAT	-0,089 (-0,089)	0,604 (0,606)
Elementar 2	→	DEMAT	0,460 (0,460)	** (**)

Tabelle 42: Regressionskoeffizienten – „Demat“ – Analyse ohne „OTZ“

Die folgende Grafik zeigt die endogenen und exogenen Variablen des Strukturmodells.

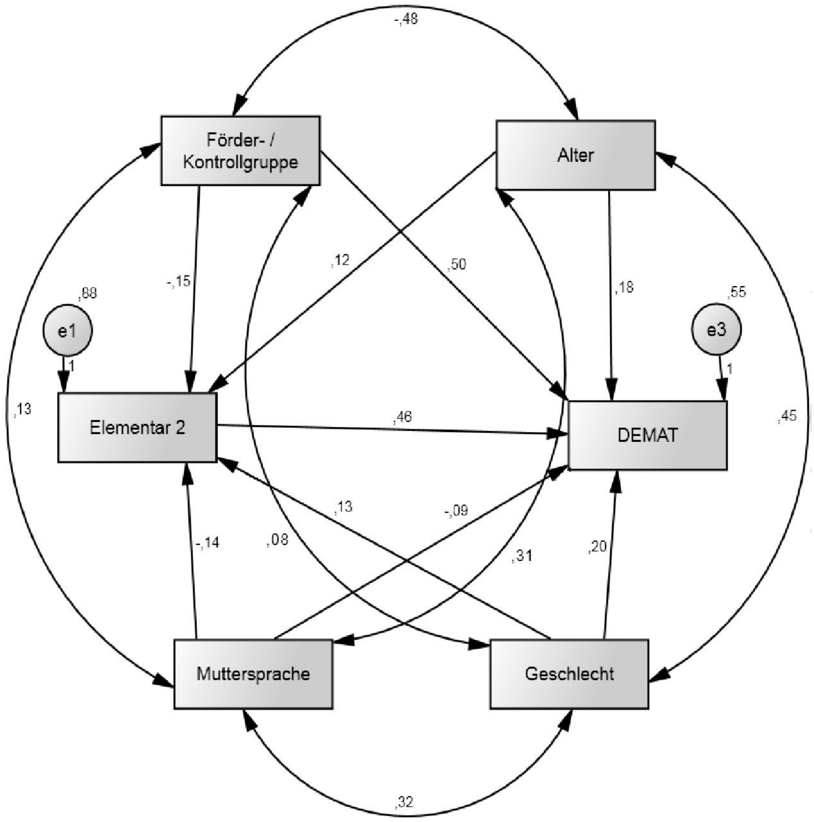


Abbildung 25: Strukturmodell – „Demat“ – Analyse ohne „OTZ“

Die folgende Grafik zeigt das Strukturmodell nach der Anpassung.

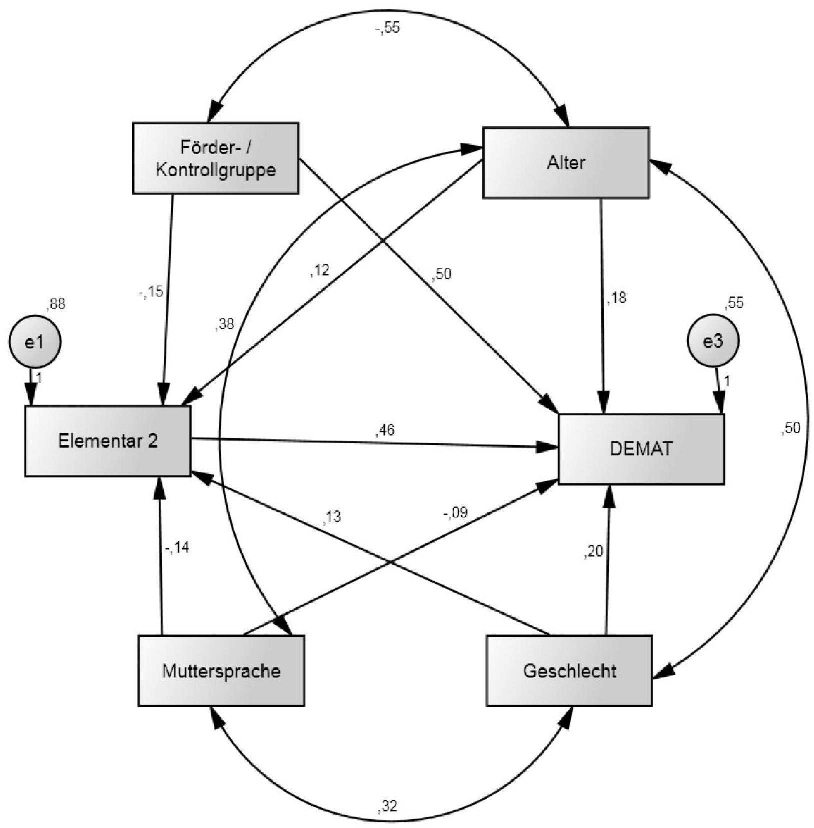


Abbildung 26: Strukturmodell (angepasst) – „Demat“ – Analyse ohne „OTZ“

Durch Förderung lassen sich 25 % der Varianz im Ergebnis vom „Demat“ erklären (β = 0,501., $p < .05$). Die Fördermaßnahme hat somit signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Follow-Up-Tests. Der Pfad „Elementar 2“ auf „Demat“ ist ebenfalls signifikant (β = 0,460, $p < .005$). Alle weiteren Pfade sind nicht signifikant.
Das Modell zeigt eine gute Anpassungsgüte an die Daten ($Chi^2[2] = 0{,}495$; p= .781; CFI = 1.00; RMSEA < .001). Insgesamt lassen sich 42 % des Ergebnisses vom Test „Demat“ erklären.

4.4 Elternfragebogen

In diesem Unterkapitel werden zunächst die Ziele des Einsatzes des Elternfragebogens aufgezeigt, dann wird die Stichprobe vorgestellt und die gewonnenen Forschungsresultate werden präsentiert. Das Unterkapitel schließt mit einigen Bemerkungen zur Auswertung des Fragebogens.

Ziele

Der Elternfragebogen sollte zwei Fragestellungen untersuchen. Zum einen, ob das Spielverhalten der Kinder korreliert mit Ergebnissen in den Standortbestimmungen „Elementar 1“ bzw. „Elementar 2“. Es liegt die Vermutung nahe, dass Konstruktionsspiele mathematische Kompetenzen fördern. Ebenfalls könnten gewisse Regelspiele (beispielsweise Gesellschaftsspiele) förderlich sein (Kaufmann, 2010, S. 36).

Zum anderen sollte untersucht werden, in wie weit die Einschätzungen der Eltern bezügliche der Fähigkeiten ihrer Kinder mit den Ergebnissen aus den Standortbestimmungen übereinstimmen.

Der Elternfragebogen hat keineswegs den Anspruch den Umgang mit mathematischen Themen im Elternhaus vollständig zu erfragen, sondern sollte als Ergänzung zu den im Kindergarten durchgeführten Tests dienen.

Stichprobe

Der Fragebogen wurde an alle Eltern der Kinder in den Fördergruppen verteilt. Bei Kindern, die zwei Jahre an der Untersuchung teilgenommen haben, wurde der Fragebogen nur im ersten Jahr ausgegeben. 82 ausgefüllte Fragebogen wurden zurückgegeben, 53 von Kindern, die zuvor mit „Elementar 1“ getestet wurden, 29 von Kindern, die zuvor mit „Elementar 2“ getestet wurden.

Ergebnisse

Zusammenhang zwischen dem Spielverhalten der Kinder und den Ergebnissen in den Standortbestimmungen

Zunächst wird untersucht, ob Kinder, die bestimmten Freizeitbeschäftigungen vermehrt nachgehen, signifikant besser im Gesamtergebnis des „Elementar 1“ bzw. „Elementar 2“ abschneiden und wenn ja, welche Freizeitbeschäftigungen das sind.
Die Gesamtergebnisse des „Elementar 1“ und des „Elementar 2“ korrelierten signifikant (ρ = 0,448, $p < .01$ bzw. ρ = 0,390, $p < .05$) positiv mit der Zeit, die Kinder der Stichprobe täglich Gesellschaftsspiele spielten. Eine Interpretation dieses Ergebnisses ist jedoch

schwierig, da möglicherweise eine sogenannte dritte Variable eine große Rolle spielt: So könnte die Zeit, die ein Kind täglich Gesellschaftsspiele spielt ein Maß sein für die Zeit, die seine Eltern aktiv mit dem Kind verbringen.
43% der Eltern der 4-5-Jährigen und 38% der Eltern der 5-6-Jährigen gaben an, dass ihr Kind beim Spielen mit Lego, Duplo… „nach Vorlage baut“. Dieses Spielverhalten korrelierte positiv mit den Gesamtergebnissen der Tests „Elementar 1“ ($r = 0{,}328$ mit $p < .01$) und „Elementar 2“ ($r = 0{,}437$ mit $p < .05$). Kinder, die in ihrer Freizeit nach Vorlage bauten, schnitten auch signifikant besser bei der entsprechenden Aufgabe (ET3) in der Standortbestimmung „Elementar 1“ ab ($r = 0{,}284$, $p < .05$). Es konnten jedoch keine signifikanten Korrelationen zwischen Kindern, die in ihrer Freizeit nach Vorlage bauten, und einer deutlich anderen Raumorientierungsaufgabe (T6 des „Elementar 1“ bzw. „Elementar2“: Abzeichnen geometrischer Figuren in richtiger Raumlage) gefunden werden. Weiterhin konnte auch kein Zusammenhang zwischen Kindern, die in ihrer Freizeit viel Zeit mit Mal- und Bastelarbeiten zubrachten, und dem genannten Test (T6) festgestellt werden.

Zusammenhang zwischen der Einschätzung der mathematischen Fähigkeiten der Kinder durch ihre Eltern und den Ergebnissen in den Standortbestimmungen

Alle Eltern der Vorschulkinder gaben an, dass ihr Kind Zahlen im Alltag entdeckt und einige Zahlen lesen kann. Darüber hinaus führten 80,8 % der Eltern der Vorschulkinder an, dass ihr Kind manchmal Zahlen schreibt. Diese Antwort korrelierte positiv ($r = 0{,}404$, $p < .05$) mit dem Ergebnis von Untertest T7 (Zahlsymbole schreiben) des „Elementar 2“. Hier stimmte folglich der Eindruck der Eltern mit dem Testergebnis überein.
Weiterhin gab es eine hohe signifikante Korrelation ($r = 0{,}565$, $p < .01$) zwischen dem Untertest ET2 („Mengen erfassen“) des „Elementar 2“ und der Frage 4 a des Fragebogens („Erkennt das Kind Würfelbilder?“), welche 88 % der Eltern positiv beantworteten.

Einige Bemerkungen zur Auswertung der Fragebogen

Es ist hier nicht die Stelle, die Anforderungen an die Erstellung von Fragebogen darzustellen, daher seien hier nur die bei der Auswertung des knappen Elternfragebogens ermittelten Limitierungen genannt.
Bei der Verwendung von Fragebogen wird zwischen zwei Arten von Fehlern unterschieden (Särndal, Swensson, & Wretman, 2003):
Einerseits der Umstand, dass Fragebogen nur von einem (nicht zufällig entstehenden und daher voraussichtlich Ergebnisse verfälschenden) Teil der Adressaten ausgefüllt werden. Der Fehler, welcher durch diese selektiven Rückläufer entsteht, wird auch als „sampling error“ bezeichnet. Trotz des geringen Umfangs des Fragebogens wurde er nicht von allen Eltern beantwortet, wodurch eine nicht kontrollierbare Fehlerquelle für die Interpretation der Ergebnisse des Fragebogens entsteht. Über die Ursachen der bei 75 % liegenden Rücklaufquote, kann nur spekuliert werden.

Andererseits können Fehler bei der Erstellung von Fragebogen entstehen, welche als „errors in observation“ bezeichnet werden.
Die Analyse der Rückläufer des in der Studie verwendeten Fragebogens ergab folgende kritische Stellen: Die Zeitangaben wären möglicherweise anders ausgefallen, hätte man noch die Spalten „2-3 Stunden“ und „ab 3 Stunden“ zu den vorgegebenen Antwortmöglichkeiten im Fragenkatalog zur Freizeitbeschäftigung hinzugefügt. Auch wäre es eventuell für die Eltern hilfreich gewesen die Fragen zu präzisieren, beispielsweise

das Setting im Fragenkatalog 1 zu beschreiben („ein ganz normaler Nachmittag“). Schließlich werden die Interviewten (Eltern) ihre Antworten möglicherweise bewusst oder unbewusst den gesellschaftlichen Erwartungen anpassen. Es liegt die Vermutung nahe, dass Eltern bei gesellschaftlich weniger erwünschten Freizeitbeschäftigungen der Kinder (Fernsehen, Computerspiele) die Zeiten eher nach unten korrigierten. Eine Nachbearbeitung der Angaben im Fragebogen konnte aufgrund des Forschungsdesigns nicht mehr erfolgen. Aufgrund der genannten Punkte sollten die Ergebnisse der Auswertung des Fragebogens nur sehr vorsichtig interpretiert werden.

5 Resümee

5.1 Beurteilung der Hypothesen

In diesem Unterkapitel werden die zuvor formulierten Hypothesen (Unterkapitel 3.2) anhand der gewonnenen Ergebnisse (Kapitel 4) beurteilt.

5.1.1 Tests vor Beginn der Fördermaßnahme

Vor Beginn der Fördermaßnahme wurden die Kinder der jüngeren Kohorte mit der Standortbestimmung „Elementar 1“ und die Kinder der älteren Kohorte mit der Standortbestimmung „Elementar 2“ (Kaufmann & Lorenz, 2009) getestet. Die Ergebnisse dieser Tests werden anhand der Hypothesen zur Reliabilität, Bündelung der Untertests in Faktoren, Alters- und Geschlechtseffekte eingeordnet.

Standortbestimmung „Elementar 1“

1. Reliabilität
   Alle Untertests korrelierten auf dem 1 % - Niveau mit dem Gesamtergebnis. Der Test kann also als intern konsistent bezeichnet werden, was eine Methode, die Reliabilität einzuschätzen, darstellt (vgl. Abschnitt 2.3.1). Die Standortbestimmung wurde nicht als standardisierter Test konzipiert, für die vorliegende Untersuchung ist dieser Befund dennoch bedeutsam, denn er zeigt die Verlässlichkeit der Untersuchungsdaten.
2. Ergebnisse der Faktorenanalyse
   Die Autoren des Förderprogramms ordneten die Untertests des Gruppentests dem Bereich „Raum und Form“ zu, Fähigkeiten aus weiteren mathematischen Inhaltsbereichen ließen sie in Einzeltests überprüfen. Viele der gestellten Aufgaben lassen nicht direkt an Mathematik im engeren Sinne denken, sondern umfassen ein großes Fähigkeitsspektrum. Nur die Aufgaben, in denen Zahlen vorkommen, wurden auch von den Kindern direkt mit Mathematik in Verbindung gebracht. Die Hypothese, dass sich die Untertests in zwei Faktoren, nämlich einen mathematikspezifischen zum Thema „Zahlen“ (T9, ET4, ET5, ET6) und einen zum Thema „Raum, Form, Muster, Strukturen“ (alle weiteren Untertests) zerlegen lassen würden, konnte mit der Faktoranalyse nicht bestätigt werden. Stattdessen ließen sich zwei Faktoren spezifizieren, nämlich einerseits „Kategorien“ (aus dem Inhaltsbereich „Muster und Strukturen“) und andererseits „Visuomotorik und Zahlen“ (aus den Inhaltsbereichen „Raum und Form“ bzw. „Mengen, Zahlen und Operationen“). Der erste Faktor wird von den Untertests T2 („Gleiche Farbe“) und T10 („Was gehört zusammen?“) repräsentiert, weniger stark gehen T7 („Was passt nicht?“) und T5 („Gleiche Figur“) ein. Der zweite Faktor beinhaltet die Untertests T1 („Fahre mit dem Bleistift entlang“), ET4 („Anzahlen herstellen“) und T9 („Kreise wie Bären“). Durch diese beiden Faktoren ließen sich 37 % der Varianz erklären, das bedeutet 37 % Prozent des Gesamtergebnisses hängen einerseits von der Fähigkeit Kategorien zu bilden und andererseits von visuomotorischen Fähigkeiten und dem Zahlverständnis ab.

3. Alterseffekt
   Die Standortbestimmung „Elementar 1“ fand bei allen Kindern zwei Jahre vor ihrer geplanten Einschulung statt, wodurch Altersdifferenzen von über einem Jahr auftraten. Die schnelle kognitive Entwicklung von kleinen Kindern ließ vermuten, dass ältere Kinder die Aufgaben signifikant besser lösen könnten. Durch die Betrachtung der Mittelwerte in den Altersgruppen wurde diese Vermutung verstärkt und konnte in der statistischen Analyse nachgewiesen werden. Die Hypothese, dass Alter und Testergebnis positiv korrelieren, konnte somit bestätigt werden.
   An der Untersuchung nahmen auch sieben dreijährige Kinder teil, bei denen die Erzieherinnen von einer vorzeitigen Einschulung ausgingen. Diese Dreijährigen schnitten im Schnitt deutlich schlechter als die Gesamtstichprobe ab. Das Ergebnis der Dreijährigen lässt jedoch statistisch keine Schlüsse zu, da die Strichprobenanzahl zu klein ist. Es ist aber dennoch ein interessanter Hinweis im Hinblick auf eine vorzeitige Einschulung, wenn man bedenkt, dass diese Kinder von den Erzieherinnen als besonders stark eingeschätzt wurden.
   Ein signifikanter Einfluss des Alters konnte bei 13 Untertests, nämlich T1 („Fahre mit dem Bleistift entlang“), T3 („Gleiche Form“), T4 („Präpositionen“), T6 („Male ab“), T9 („Kreise wie Bären“), T10 („Was gehört zusammen?“), T11 („Runde Figuren“), T12 („Maus zum Käse“), ET2 („Muster nachlegen“), ET3 („Nachbauen“), ET4 („Anzahlen herstellen“), ET7 („Muster nachlegen“), ET8 („Male dich selbst“), aufgezeigt werden.
4. Geschlechtseffekt
   Im Gesamtergebnis konnte kein signifikanter Unterschied zwischen den Geschlechtern festgestellt werden, was die Hypothese bestätigte. Dieser Befund geht konform mit bekannten Forschungsergebnissen, nach denen im Vorschulbereich der Leistungsunterschied zwischen den Geschlechtern eher gering ist (Rohe & Quaiser-Pohl, 2010).
   Nur in den Ergebnissen von zwei Untertests unterschieden sich die Geschlechter signifikant: Den Untertest T12 („Maus zu Käse“) lösten die Jungen signifikant besser als die Mädchen, beim Untertest ET8 („Male dich selbst“) war das Ergebnis konträr, die Mädchen schnitten bei dieser Aufgabe signifikant besser ab.

Standortbestimmung „Elementar 2“

1. Reliabilität
   Außer T2 („Passende Teile verbinden“) korrelierten alle Untertests auf dem 1%-Niveau mit dem Gesamtergebnis. Der Test T2 ($m = 3{,}26$, $s = 1{,}30$) korrelierte mit keinem der anderen Tests. Anzumerken ist, dass viele Kinder diese Aufgabenstellung aus Vorschul- oder Malheften kannten. Möglicherweise war dieser Trainingseffekt der Grund für seine Sonderstellung.
2. Ergebnisse der Faktorenanalyse
   Die Autoren des Förderprogramms „Elementar“ ordneten die Untertests T1-T6 dem Bereich „Raum und Form“ und die Untertests T7-ET2 dem Bereich „Mengen und Zahlen“ zu. Dies legte die Vermutung nahe, dass sich die Untertests in zwei Faktoren, nämlich einen zum Thema „Raum, Form, Muster, Strukturen“ (T1-T6) und einen mathematikspezifischen zum Thema „Zahlen“ (T7-ET2) zerlegen lassen würden. Die Vermutung konnte mit der Faktoranalyse jedoch nicht bestätigt werden. Weiterhin ist auch nicht sichtbar, warum der Untertest T2 („Passende Teile verbinden“) einen eigenen Faktor identifizierte. Die Faktorenanalyse ergab, dass sich die Variablen drei Faktoren zuordnen lassen, wobei der erste mit dem – bereits erwähnten - Untertest T2 identisch ist, der zweite Faktor durch den Untertest T3

(„Größtes erkennen“) und der dritte Faktor durch den Untertest T7 („Zahlsymbole schreiben“) sehr gut repräsentiert wird.
Durch diese zwei Faktoren ließen sich 57 % der Varianz erklären und somit 20 % mehr als durch die zwei identifizierten Faktoren bei der Standortbestimmung „Elementar 1“.

3. Alterseffekt
Die Standortbestimmung „Elementar 2“ fand bei allen Kindern ein Jahr vor ihrer geplanten Einschulung statt. Ein signifikanter Einfluss des Alters auf das Gesamtergebnis des „Elementar 2“ konnte in dieser Untersuchung nicht gefunden werden, Alter und Gesamtergebnis korrelierten nur schwach und nicht signifikant.
Dieser Befund war durchaus überraschend, insbesondere auch dadurch, dass ein signifikanter Alterseffekt bei den Ergebnissen der Standortbestimmung „Elementar 1“ festgestellt wurden. Es ist an dieser Stelle aber zu bedenken, dass die Parameter Alter und Kindergarten signifikant abhängig waren, was an der unterschiedlichen Einstellung der Kindergartenleitungen zur vorzeitigen Einschulung oder Zurückstellung der Kinder[98] gelegen haben könnte.
Weiterhin wurde untersucht, ob sich Alterseffekte bei einzelnen Untertests feststellen ließen. Ein signifikanter Einfluss des Alters konnte auf die Untertests T6 („Abzeichnen“), T7 („Zahlsymbole schreiben“), T8 („Abzählen“), ET1 („Zählen“) und ET2 („Mengen erfassen“) nachgewiesen werden.
4. Geschlechtseffekt
Das Geschlecht hatte keinen signifikanten Einfluss auf das Gesamtergebnis des „Elementar 2“. Mit diesem Befund konnte (wie bei der Analyse der Daten zur Standortbestimmung „Elementar 1“) die Hypothese bestätigt werden. Einzig der Untertest ET1 („Zählen“) korrelierte signifikant mit dem Geschlecht. Bei dieser Aufgabe zeigte sich ein signifikanter Leistungsvorsprung der Jungen.

5.1.2 Tests am Ende der Fördermaßnahme

Die Wirksamkeit der Fördermaßnahme mit dem Frühförderprogramm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ wurde zunächst an der gesamten Stichprobe, dann speziell an den mathematisch schwächsten Kindern und analog an den mathematisch stärksten Kindern überprüft. Hierfür wurden am Ende der Fördermaßnahme die Kinder der jüngeren Kohorte mit der Standortbestimmung „Elementar 2“ (Kaufmann & Lorenz, 2009), die Kinder der älteren Kohorte mit dem „Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ)“ (van Luit, van de Rijt, & Hasemann, 2001) getestet.

Standortbestimmung „Elementar 2“

1. Wirksamkeit der Fördermaßnahme
Um die Wirksamkeit des Programms „Elementar“ zu untersuchen, musste überprüft werden, ob die geförderten Kinder in einem Abschlusstest signifikant besser abschnitten als die Kinder der Kontrollgruppe. Hierzu wurden am Ende des Förderzeitraums die mathematischen Kompetenzen der Kinder aus Förder- und Kontrollgruppe mit der Standortbestimmung „Elementar 2“ überprüft.
Die Hypothese der Wirksamkeit der Fördermaßnahme konnte bestätigt werden (Effektstärke Cohens $d_{Vortest} = -0{,}58$, Cohens $d_{Nachtest} = 0{,}41$):
Die Förderung mit dem Programm „Elementar“ hatte signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Nachtests „Elementar 2“, denn es ließen sich durch die Förderung

[98] Es wurden keine zur statistischen Analyse geeigneten Daten erhoben.

16 % der Varianz in seinem Ergebnis erklären. Einen noch deutlich größeren Einfluss auf das Endergebnis hatte das Ergebnis des Vortests mit 54 %. Die Parameter Alter, Geschlecht und Muttersprache hatten keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Nachtests.
Insgesamt ließen sich 54 % des Ergebnisses vom Test „Elementar 2" erklären.

2. Prävention
   Am Ende der Kindergartenzeit unterscheiden sich die Kinder deutlich in ihren mathematischen Kompetenzen, was für viele Kinder am unteren Leistungsspektrum problematische Folgen bezüglich ihrer Schulkarriere hat. Es ist also von besonderer Bedeutung diese Kinder zu fördern, so dass ein Mindestmaß an mathematischen Voraussetzungen bei allen Kindern zu Schuleintritt vorhanden ist.
   Es sollte also untersucht werden, ob die Förderung mit dem Programm „Elementar" die Leistung der schwächsten Kinder der Gruppe signifikant verbessert. Dafür wurden speziell die Kinder aus dem vierten Quartil[99] betrachtet. Die Ergebnisse müssen aufgrund der geringen Stichprobengröße in der Kontrollgruppe vorsichtig interpretiert werden.
   Auch für diese Kinder konnte die Hypothese der Wirksamkeit der Fördermaßnahme bestätigt werden: Die Förderung hatte auf die zuvor als mathematisch schwach eingestuften Kinder sogar noch größere Effekte als die Förderung in Bezug auf die Gesamtgruppe: Bei ihnen ließen sich 23 % der Varianz im Endergebnis durch die Förderung erklären. Es konnten außerdem 15 % der Varianz im Endergebnis mit den Vorleistungen erklärt werden. Die Parameter Alter, Geschlecht und Muttersprache hatten keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Nachtests. Insgesamt ließen sich 39 % des Ergebnisses vom Test „Elementar 2" erklären.
3. Begabtenförderung
   Neben der Förderung von Kindern mit Entwicklungsrisiken, wird häufig eine Förderung von Kindern mit besonderer Begabung empfohlen (Jugendministerkonferenz, 2004). Analog zu der vorhergehenden Untersuchung wurden speziell die Kinder aus dem ersten Quartil[100] untersucht.
   Auch bei den zuvor als mathematisch stark eingestuften Kindern konnten signifikante Effekte der Förderung nachgewiesen werden, denn 19 % der Varianz im Ergebnis des „Elementar 2" konnten mit ihnen erklärt werden. Somit ließ sich auch hier die Hypothese der Wirksamkeit bestätigen. Weitere 14 % der Varianz im Endergebnis konnten mit dem Vortest erklärt werden. Die Parameter Alter, Geschlecht und Muttersprache hatten keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Nachtests. Insgesamt ließen sich 29 % des Ergebnisses vom Test „Elementar 2" erklären.

OTZ

1. Wirksamkeit der Fördermaßnahme
   Die Wirksamkeit der Fördermaßnahme wurde bei den Kindern im letzten Kindergartenjahr mit dem standardisierten Test „OTZ" überprüft. Die statistische Analyse bestätigte die Hypothese, dass Kinder, welche mit dem Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik" gefördert wurden, im Nachtest signifikant besser abschneiden als Kinder der Kontrollgruppe mit gleicher Ausgangslage. Im letzten Kindergartenjahr waren die Effekte der Förderung sogar noch größer als im vorletzten Kindergartenjahr (Effektstärke Cohens $d_{Vortest} =$

[99] Kinder, welche im Vortest „Elementar 1" schlechtere Ergebnissen als 75 % der Gesamtgruppe hatten
[100] Kinder, welche im Vortest „Elementar 1" bessere Ergebnissen als 75 % der Gesamtgruppe hatten

$-0{,}55$, Cohens $d_{Nachtest} = 0{,}86$). Durch die Förderung ließen sich 32 % der Varianz im Test vor Schuleintritt („OTZ“) erklären. Dies ist insbesondere bemerkenswert, da das Förderprogramm keineswegs auf den Abschlusstest „OTZ“ abgestimmt war (im Gegensatz dazu gehörte der Abschlusstest für die Kinder der jüngeren Kohorte - wie in Unterkapitel 3.5 beschrieben - zum Förderprogramm). Die Ergebnisse des Vortests „Elementar 2“ erklärten zudem 50 % der Varianz im Endergebnis. Die Parameter Alter, Geschlecht und Muttersprache hatten keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Nachtests.
Es ließen sich insgesamt 68 % der Varianz im Ergebnis des „OTZ“ erklären.

2. Prävention
Auch bei den Kindern im letzten Kindergartenjahr wurden die Ergebnisse der vermeintlich mathematisch schwächsten Kinder (viertes Quartil[101]) gesondert betrachtet. Die Ergebnisse müssen aufgrund der geringen Stichprobengröße in der Kontrollgruppe vorsichtig interpretiert werden.
Die Hypothese der Wirksamkeit der Fördermaßnahme konnte auch hier bestätigt werden: Bei diesen Vorschulkindern ließen sich 28 % der Varianz im Endergebnis durch die Förderung und 43 % der Varianz im Endergebnis durch das Vorergebnis erklären. Die Parameter Alter, Geschlecht und Muttersprache hatten keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Nachtests. Insgesamt ließen sich 58 % des Ergebnisses vom Test „OTZ“ erklären.

3. Begabtenförderung
Auf der anderen Seite des Leistungsspektrums befinden sich Kinder mit einer besonderen Begabung. Es sollte überprüft werden, ob das Förderprogramm ihnen Möglichkeiten zur weiteren mathematischen Entwicklung geben konnte.
Auch diese Hypothese konnte bestätigt werden: Die Förderung der als mathematisch stark eingestuften Vorschulkinder (erstes Quartil[102]) zeigte sogar die stärksten Effekte, denn es ließen sich 58 % der Varianz im Endergebnis durch die Förderung erklären. Von dem Programm „Elementar“ profitierten also die zuvor als stark eingestuften Vorschulkinder außerordentlich. Erstaunlicherweise war der Einfluss des Vortests bei den mathematisch starken Kindern nicht signifikant, das heißt die mathematisch stärksten Kinder im Vortest waren nicht zwangsläufig die mathematisch stärksten Kinder im Nachtest. Die Parameter Alter, Geschlecht und Muttersprache hatten keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Nachtests. Insgesamt ließen sich 63% des Ergebnisses vom Test „OTZ“ erklären.

Einjährige vs. zweijährige Förderung

Durch den Vergleich der einjährigen vs. der zweijährigen Förderung sollte herausgefunden werden, ob ein Sättigungseffekt eintritt. Damit sollte geklärt werden, ob der Unterschied im Endergebnis zwischen einer ein- bzw. zweijährigen Förderung groß genug ist, um den zeitlichen Mehraufwand der längeren Förderdauer zu rechtfertigen. Diese Frage konnte anhand dieser Untersuchung allerdings nicht beantwortet werden, da die Ergebnisse im Vortest zwischen einjähriger Fördergruppe, zweijähriger Fördergruppe und Kontrollgruppe sehr heterogen waren und die Stichprobengröße nicht ausreichte, um – trotz großer Heterogenität - statistisch gesicherte Aussagen zu treffen.

[101] Kinder, welche im Vortest „Elementar 2“ schlechtere Ergebnisse als 75 % der Gesamtgruppe hatten
[102] Kinder, welche im Vortest „Elementar 2“ bessere Ergebnissen als 75 % der Gesamtgruppe hatten

5.1.3 Tests zwei Jahre nach Beginn der Fördermaßnahme

Um die langfristige Wirksamkeit der Fördermaßnahme mit dem Frühförderprogramm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ zu untersuchen, wurden die Kinder zu einem dritten Messzeitpunkt mit dem „Demat 1+“ (Krajewski, Küspert, Schneider, & Visé, 2002) getestet.

Langfristige Wirksamkeit der Fördermaßnahme
Unbestritten sind langfristige Effekte für die Güte eines Förderprogrammes von größter Bedeutung. Insbesondere werden Frühförderprogramme, welche eine optimale Schulvorbereitung zum Ziel haben, an den späteren Schulleistungen der Kinder bewertet. Um die mathematischen Leistungen der Kinder zu erheben, wurde der Follow-Up-Test „Demat 1+“ ein Jahr nach Beendigung der Fördermaßnahme eingesetzt. Dieser Test wurde am Ende der ersten Klasse entsprechend des Untersuchungsdesigns mit einem Teil der Kinder aus der Stichprobe durchgeführt. Die Hypothese besagte, dass Kinder, die mit dem Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ gefördert wurden, in diesem Follow-Up-Test signifikant besser abschnitten als Kinder der Kontrollgruppe mit gleicher Ausgangslage. Zunächst ließ sich feststellen, dass der Einfluss vom Ergebnis des Nachtests „OTZ“ auf das Ergebnis des Follow-Up-Tests „Demat“ signifikant war, er erklärte 46 % der Varianz. Durch Förderung ließen sich außerdem 38 % der Varianz im Ergebnis von „OTZ“ erklären. Die Förderung hatte jedoch keinen *zusätzlichen* signifikanten Effekt auf das Ergebnis des Demat, das heißt die Kinder machten aufgrund der vorherigen Förderung keine signifikant stärkere mathematische Entwicklung innerhalb der ersten Klasse.

Die Fördermaßnahme erklärte aber immer noch 25 % der Varianz im Ergebnis vom Follow-Up-Test „Demat“, was die langfristige Wirksamkeit des Förderprogramms nachweisen konnte (Effektstärke Cohens $d_{Vortest} = -0{,}49$, Cohens $d_{Nachtest} = 0{,}66$). Somit konnte die Hypothese der langfristigen Wirksamkeit der Fördermaßnahme bestätigt werden. Die Parameter Alter, Geschlecht und Muttersprache hatten keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis des Nachtests und des Follow-Up-Tests. Insgesamt ließen sich 42 % der Varianz im Ergebnis des „Demat“ erklären.

Es konnte aufgrund der kleinen Stichprobengröße nicht statistisch untersucht werden, wie sich die zu Beginn des letzten Kindergartenjahres als mathematisch besonders stark bzw. schwach eingestuften Kinder, abhängig von der Teilnahme an der Fördermaßnahme, bis zum Ende der ersten Klasse entwickelten.

5.2 Epilog

Die Mathematik der Primarstufe umfasst die Inhaltsbereiche „Raum und Form“, „Muster und Strukturen“, „Größen und Messen“, „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ und „Mengen, Zahlen und Operationen“ (vgl. Kapitel 1). In den Bildungsplänen für den Elementarbereich sind Elemente aus allen diesen Gebieten verankert (vgl. Unterkapitel 2.2). Die meisten mathematischen Förderprogramme für Kindergärten beschränken sich jedoch auf einzelne mathematische Themenschwerpunkte, vorzugsweise Kinder mit Mengen und Zahlen vertraut zu machen (vgl. Abschnitt 2.4.3). Das Programm „Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik“ hingegen nimmt die oben beschriebene Vielfalt auf, denn es umfasst alle fünf genannten Inhaltsbereiche. Die vorliegende Untersuchung evaluiert dieses Frühförderprogramm.

Die Längsschnittstudie erstreckte sich über einen Zeitraum von fast zwei Jahren und es nahmen Kinder aus zwei Alterskohorten, nämlich Kindern aus dem letzten und aus dem vorletzten Kindergartenjahr, teil. Die Kinder wurden (zufällig) in Förder- und Kontrollgruppen eingeteilt. Zu Beginn der Fördermaßnahme wurde ein Vortest im Kindergarten durchgeführte, anschließend wurden die Kinder der Fördergruppe über einen Zeitraum von 11 Monaten gefördert. Die Fördermaßnahmen wurden mit einen Nachtest abgeschlossen. Im Nachtest erzielten die geförderten Kinder aus beiden Alterskohorten signifikant bessere Leistungen als die nichtgeförderten Kinder mit gleicher Ausgangslage. Um zu überprüfen, ob Kinder aus dem gesamten Leistungsspektrum von der Fördermaßnahme profitierten, wurden speziell die Ergebnisse der mathematisch schwächsten und stärksten Kinder getrennt analysiert. Sowohl die Kinder, welche im Vortest als mathematisch leistungsstark als auch diejenigen, die als mathematisch leistungsschwach eingestuft wurden, verbesserten ihre Leistungen signifikant stärker als die Kinder der Kontrollgruppe. Damit kann als zentrales Ergebnis der Untersuchung festgehalten werden, dass die Hypothesen der Wirksamkeit der Fördermaßnahme in jedem Fall bestätigt werden konnten. Somit hat das Förderprogramm sein Ziel alle Kinder zu fördern erreicht.

Vorschulische Kompetenzen legen das Fundament für eine gelungene Schullaufbahn. Es sollte ermittelt werden, ob der Transfer von vorschulischen Kompetenzen, welche die Kinder mithilfe der Fördermaßnahme erworben hatten, in Schulleistungen gelingt. Hierfür wurde bei einigen Kindern aus der älteren Kohorte ein Jahr nach Beendigung des Förderprogramms ein weiterer Test vorgenommen. Mithilfe dieses Follow-Up-Tests konnten langfristige Effekte der Fördermaßnahme nachgewiesen werden.

Mit vorschulischen Förderprogrammen lassen sich frühzeitig Entwicklungsrückstände aufholen und sie sorgen somit für einen besseren Start in die Schullaufbahn. Daher wird Frühförderung auch als „präventive Intervention“ bezeichnet (Hasselhorn & Schneider, 2011, S. 6). Das der Fördermaßnahme zugrunde liegende Programm ist für Kinder zwischen vier und sechs Jahren konzipiert worden. Bei einer einjährigen Förderdauer wurden anhand der vorliegenden Untersuchung im letzten Kindergartenjahr stärkere Effekte nachgewiesen als im vorletzten Kindergartenjahr.

Von einem Teil der Kinder wurden zu drei Messzeitpunkten im Kindergarten Daten erhoben, nämlich zwei Jahre vor Schulbeginn, ein Jahr vor Schulbeginn und am Ende der Kindergartenzeit. Ein Drittel dieser Kinder wurde ein Jahr gefördert, ein weiteres Drittel zwei Jahre lang, die anderen Kinder gehörten zur Kontrollgruppe. Auf diese Weise sollte untersucht werden, ob eine längere Förderdauer deutlich stärkere Effekte implizierte oder, ob ein Sättigungseffekt auftritt und die Fördermaßnahme im zweiten Jahr weniger nutzbringend ist. Die Daten der vorliegenden Studie ließen diesbezüglich jedoch keine Aussage zu, so dass die optimale Förderdauer nicht ermittelt werden konnte.

In der vorliegenden Untersuchung verwendeten die Kinder die Materialien aus dem Förderprogramm unter Anleitung von Erzieherinnen ihrer Einrichtung. Einmal wöchentlich wurden sie zudem von einer ihrer Erzieherinnen und der Projektleiterin gemeinsam gefördert (vgl. Abschnitt 3.6.2). Daher stellt sich die Frage, ob sich die vorliegenden Befunde auf eine reine Erzieherinnenförderung übertragen lassen. Dies lässt sich sicherlich nicht ganz unabhängig von der personellen Ausstattung der Kindertagesstätten beantworten, denn eine Erzieherin benötigt regelmäßig Zeit für die Fördermaßnahme. Zunächst muss sie die Kinder in einer Kleingruppe mit den Fördermaterialien bekannt machen. Später reicht es eventuell, wenn sie eine Lernumgebung schafft, in der die Kinder sich mit Elementen aus dem Förderprogramm beschäftigen können und die Erzieherin als Ansprechpartnerin zur Verfügung steht.

Wie die Ergebnisse der Untersuchung zeigen, zahlt sich der Einsatz einer (falls notwendig zusätzlichen) pädagogischen Kraft, die intensiv mit einer Kleingruppe von Kindern arbeiten kann, aus. Der Entwicklungsfortschritt der Kinder, welche die mathematische Förderung erhielten, übertrug sich auf die späteren mathematischen Schulleistungen. Dies lässt hoffen, dass die frühe Lernunterstützung zunehmen wird und durch diese Maßnahmen mögliche negative Schulbiographien von Grundschülern vermieden werden können.

Literaturverzeichnis

Backhaus, K., Erichson, B., & Weiber, R. (2010). *Fortgeschrittene multivariate Analysemethoden: Eine anwendungsorientierte Einführung.* Berlin: Springer.

Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W., & Weiber, R. (2010). *Multivariate Analysemethoden: Eine anwendungsorientierte Einführung* (13. Ausg.). Berlin: Springer.

Baddeley, A. D. (2000). The episodic buffer. A new component of working memory? *Trends in Cognitive Science, 4 (11)*, S. 417-423.

Baddeley, A. D. (2007). *Working Memory, Thought, and Action.* New York: Oxford University Press.

Berk, L. E. (2005). *Entwicklungspsychologie* (3. Ausg.). München: Pearson.

Birkel, P. (1995). *Weingartener Grundwortschatz-Rechtschreib-Test für erste und zweite Klassen (WRT 1+).* Göttingen: Hogrefe.

Brissiaud, R. (2005). *Comment les enfants apprennent à calculer.* Paris: Retz.

Brown, A., Kane, M., & Echols, C. (1986). Young children´s mental models determine analogical transfer across problems with a common goal structure. *Cognitive Development*(1), S. 103-121.

Calouri, F. (2004). *Die numerische Kompetenz von Vorschulkindern: Theoretische Modelle und empirische Befunde.* Hamburg: Kovac.

Carle, E. (2001). *Mein allererstes Buch der Zahlen* (4. Ausg.). Hildesheim: Gerstenberger .

Cattell, R., Weiß, R., & Osterland, J. (1997). *Grundintelligenztest Skala 1 (CFT 1)* (5. Ausg.). Braunschweig: Westermann.

Chen, Z., Sanchez, R., & Campbell, T. (1997). From beyond to within their grasp: Analogical problem solving in 10- and 13-month-olds. *Developmental Psychology*(33), S. 790-801.

Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education.* Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*(44), S. 1-42.

Dehaene, S. (2010). *La bosse des maths: Quinze ans après.* Paris: Odile Jacob.

Dias, M., & Harris, P. (1988). The effect of make-believe play on deductive reasoning. *British Journal of Developmental Psychology*(6), S. 207-221.

Dias, M., & Harris, P. (1990). The influence of the imagination on reasoning by young children. *British Journal of Developmental Psychology*(8), S. 305-318.

Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten.* Berlin: Logos.

Eichler, K.-P. (2007). Ziele hinsichtlich vorschulischer geometrischer Erfahrungen. In J. H. Lorenz, & W. Schipper (Hrsg.), *Hendrik Radatz - Impulse für den Mathematikunterricht* (S. 176-185). Braunschweig: Schroedel.

Faust, H. (2006). *Ente, Igel, Kuh und Du: Geschichten und Praxisideen für die mathematische Bildung im Kindergarten.* Troisdorf: Bildungsverlag EINS.

Filler, A. (2003). Geometrie. In G. Walz (Hrsg.), *Faszination Mathematik* (S. 107-132). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Flammer, A. (2009). *Entwicklungstheorien - Psychologische Theorien der menschlichen Entwicklung* (4. Ausg.). Bern: Huber.

Franke, M. (2007). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (2. Ausg.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Friedrich, G., & Munz, H. (2004). *Projekt- und Evaluationsbericht "Komm mit ins Zahlenland".* Unter: http://www.ifvl.de/material/Projektbericht-Zahlenland.pdf. [abgerufen am 21.07.2013]

Friedrich, G., Galgóczy, V., & Schindelhauer, B. (2011). *Komm mit ins Zahlenland: Eine spielerische Entdeckungsreise in die Welt der Mathematik.* Freiburg: Herder.

Fritz, A., & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche.* München: Reinhardt.

Frostig, M., & Lockowandt, O. (2000). *Frostigs Entwicklungstest der visuellen Wahrnehmung (FEW).* Beltz.

Fuson, K. C. (1988). *Children´s counting and concepts of number.* New York: Springer.

Gaidoschik, M. (2006). *Rechenschwäche - Dyskalkulie: Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern* (3. Ausg.). Horneburg: Persen.

Gallistel, R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*(44), S. 43-47.

Gaupp, N. (2003). *Dyskalkulie: Arbeitsgedächtnisdefizite und Defizite numerischer Basiskompetenzen rechenschwacher Kinder.* Berlin: Logos .

Gelman, R., & Gallistel, C. (1986). *The child´s understanding of number* (2. Ausg.). Cambridge MA: Harvard University Press.

Gölitz, D., Roick, T., & Hasselhorn, M. (2006). *Deutscher Mathematiktest für vierte Klassen: DEMAT 4.* Göttingen: Hogrefe.

Goswami, U. (2001). *So denken Kinder: Einführung in die Psychologie der kognitiven Entwicklung.* Bern: Huber.

Grimm, H., & Schöler, H. (1991). *Heidelberger Sprachentwicklungstest (HSET).* Göttingen: Hogrefe.

Grissemann, H., & Weber, A. (2000). *Grundlagen und Praxis der Dyskalkulietherapie: Diagnostik und Interventionen bei speziellen Rechenstörungen als Modell sonderpädagogisch-kinderpsychiatrischer Kooperation* (4. Ausg.). Bern: Huber.

Grube, D. (2006). *Entwicklung des Rechnens im Grundschulalter: Basale Fertigkeiten, Wissensabruf und Arbeitsgedächtniseinflüsse.* Münster: Waxmann.

Grube, D., & Seitz-Stein, K. (2012). Arbeitsgedächtnis und Rechnen. In M. Hasselhorn, & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses. Tests und Trends, N.F. Band 10.* (S. 145-158). Göttingen: Hogrefe.

Grüßing, M. (2006). Handlungsleitende Diagnostik und mathematische Frühförderung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule. In M. Grüßing, & A. Peter-Koop, *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten - Fördern - Dokumentieren* (S. 122-132). Offenburg: Mildenberger .

Halford, G. (1993). *Children´s understanding: The development of mental models.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Harris, P., & Leevers, H. (2000). Reasoning from false premises. In P. Mitchell, & K. Riggs (Hrsg.), *Children´s reasoning and the mind* (S. 67-86). Hove, UK: Psychology Press.

Hasemann, K. (2006). Mathematische Einsichten von Kindern im Vorschulalter. In M. Grüßing, & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten - Fördern - Dokumentieren* (S. 67-79). Offenburg: Mildenberger .

Hasemann, K. (2007). *Anfangsunterricht Mathematik* (2. Ausg.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Hasselhorn, M., & Schneider, W. (2011). Trends und Desiderate der Frühprognose schulischer Kompetenzen: Eine Einführung. In M. Hasselhorn, & W. Schneider, *Frühprognose schulischer Kompetenzen. Tests und Trends, N.F. Band 9* (S. 1-12). Göttingen: Hogrefe.

Hasselhorn, M., Marx, H., & Schneider, W. (2005). Diagnostik von Mathematikleistungen, -kompetenzen und -schwächen: Eine Einführung. In M. Hasselhorn, H. Marx, & W. Schneider, *Diagnostik von Mathematikleistungen, Tests und Trends, N.F. Band 4* (S. 1-4). Göttingen: Hogrefe .

Hasselhorn, M., Schumann-Hengsteler, R., Gronauer, J., Grube, D., Mähler, C., & Schmidt, I. (2012). *Arbeitsgedächtnistestbatterie für Kinder von 5 bis 12 Jahren (AGTB 5-12).* Göttingen: Hogrefe.

Hellmich, F., & Jansen, S. (2008). Diagnose mathematischer Vorläuferfähigkeiten im vorschulischen Bereich. In F. Hellmich, & H. Köster (Hrsg.), *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften* (S. 59-82). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Hiele, P. v. (1964). Piagets Beitrag zu unserer Einsicht in die kindliche Zahlbegriffsbildung. In H. Abel (Hrsg.), *Rechenunterricht und Zahlbegriff.* Braunschweig: Westermann.

Hoffer, A. R. (1977). *Geometry and Visualization.* Palo Alto, California: Creative Publications.

Holodynski, M. (2005). *Emotionen - Entwicklung und Regulation.* Berlin: Springer .

Ilgauds, H.-J., & Schlote, K.-H. (2003). Die Mathematik von den Anfängen bis zum Ende des 19.Jahrhunderts. In G. Walz (Hrsg.), *Faszination Mathematik* (S. 2-26). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Jacobs, C., & Petermann, F. (2003). Dyskalkulie - Forschungsstand und Perspektiven. *Kindheit und Entwicklung*(12), S. 197-211.

Jacobs, C., & Petermann, F. (2005). *Diagnostik von Rechenstörungen.* Göttingen : Hogrefe.

Jugendministerkonferenz (2004). *Gemeinsamer Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen.* Ergebnisse der Jugendministerkonferenz am 13. und 14. Mai 2004 in Gütersloh.

Kahnemann, D., Treisman, A., & Gibbs, B. (1992). The reviewing of object-files: Object specific integration of information. *Cognitive Psychology*(24), S. 175-219.

Käpnick, F., & Fuchs, M. (2010). Fallbeispiele zur frühkindlichen Entwicklung kleiner Matheasse. In M. Grüßing, & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten - Fördern - Dokumentieren* (3. Ausg., S. 186-199). Offenburg: Mildenberger.

Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M., & Wilmes, K. (2009). *TEDI-MATH: Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3.Klasse.* Bern: Huber.

Kaufmann, S. (2003). *Früherkennung von Rechenstörungen in der Eingangsklasse der Grundschule und darauf abgestimmte remediale Maßnahmen.* Frankfurt am Main: Lang.

Kaufmann, S. (2010). *Handbuch für die frühe mathematische Bildung.* Braunschweig: Schroedel.

Kaufmann, S., & Lorenz, J. H. (2009). *Elementar / Erste Grundlagen in Mathematik.* Braunschweig: Westermann .

Knauf, T., & Schubert, E. (2006). Den Übergang vom Kindergarten in die Grundschule gestalten. In D. Diskowski, E. Hammes-Di Bernando, & S. S.-H. Hebenstreit-Müller (Hrsg.), *Übergänge gestalten. Wie Bildungsprozesse anschlussfähig werden* (S. 150-174). Weimar: Verlag das Netz.

Krajewski, K. (2008). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule* (2. Ausg.). Hamburg: Kovac.

Krajewski, K. (2008). Vorschulische Förderung mathematischer Basiskompetenzen. In F. Petermann, W. Schneider, & N. Birbaumer (Hrsg.), *Angewandte Entwicklungspsychologie* (Bd. 7, S. 275-304). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2012). Wie bekommen die Zahlen einen Sinn: ein entwicklungspsychologisches Modell der zunehmenden Verknüpfung von Zahlen und Größen. In M. von Aster, & J. Lorenz, *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (2. Ausg.). Göttingen: Vanderhoeck & Ruprecht.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2007). Prävention von Rechenstörungen. In W. von Suchodoletz (Hrsg.), *Prävention von Entwicklungsstörungen.* Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction 19*, S. 513-526.

Krajewski, K., Küspert, P., Schneider, W., & Visé, M. (2002). *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen: DEMAT 1+.* Göttingen: Beltz.

Krajewski, K., Liehm, S., & Schneider, W. (2004). *Deutscher Mathematiktest für zweite Klassen: DEMAT 2+.* Göttingen: Beltz.

Krajewski, K., Nieding, G., & Schneider, W. (2007). *Mengen, zählen, Zahlen: Die Welt der Mathematik entdecken (MZZ).* Berlin: Cornelsen.

Kuger, S., & Roßbach, H.-G. (2010). Elementarpädagogische Grundlagen. In C. Koop, I. Schenker, G. Müller, & S. Welzien (Hrsg.), *Begabung wagen: Ein Handbuch für den Umgang mit Hochbegabung in Kindertagesstätten* (S. 21-44). Weimar: Verlag das Netz.

Kultusministerkonferenz (2004). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich.* München, Neuwied: Wolters Kluwer.

Küspert, P., & Schneider, W. (1998). *Würzburger Leise Leseprobe (WLLP).* Göttingen: Hogrefe.

Landerl, K., & Kaufmann, L. (2008). *Dyskalkulie: Modelle, Diagnostik, Intervention.* München: Reinhardt.

Link, J.-W. (2004). Stationenlernen. In R. W. Keck, U. Sandfuchs, & B. Feige (Hrsg.), *Wörterbuch Schulpädagogik.* Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Lorenz, J. H. (2009). Zur Relevanz des Repräsentationswechsels für das Zahlenverständnis und erfolgreiche Rechenleistungen. In A. Fritz, G. Ricken, & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche* (S. 230-247). Weinheim: Beltz .

Lorenz, J. H. (2012). *Kinder begreifen Mathematik: Frühe mathematische Bildung und Förderung.* Stuttgart: Kohlhammer.

Lorenz, J. H., & Radatz, H. (1993). *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht.* Hannover: Schroedel .

Mackowiak, K., Lauth, G. W., & Spieß, R. (2008). *Förderung von Lernprozessen.* Stuttgart: Kohlhammer.

Meck, W., & Church, R. (1983). A mode control model of counting and timing process. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*(9), S. 320-334.

Meyer-Willner, G. (2004). Partnerarbeit. In R. W. Keck, U. Sandfuchs, & B. Feige (Hrsg.), *Wörterbuch Schulpädagogik* (2. Ausg.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Ministerium für Kultus, J. u.-W. (2004). *Bildungsplan 2004 Grundschule, Baden-Württemberg.* Ditzingen: Philipp Reclam Jun.

Moser Opitz, E. (2007). *Rechenschwäche/Dyskalkulie: Theoretische Klärung und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern.* Bern: Haupt .

Moser Opitz, E. (2009). Rechenschwäche diagnostizieren: Umsetzung einer entwicklungs- und theoriegeleiteten Diagnostik. In A. Fritz, G. Ricken, & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Recehnschwäche* (S. 286-307). Weinheim: Beltz.

Müller, G., & Wittmann, E. (2002). *Das kleine Zahlenbuch 1: Spielen und Zählen.* Seelze: Kallmeyer.

Müller, R. (1997). *Diagnostischer Rechtschreibtest für 2. Klassen (DRT 2).* Weinheim: Beltz.

Oerter, R. (2008). Kindheit. In R. Oerter, & L. Montada (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (6. Ausg., S. 225-270). Weinheim: Beltz.

Oswald, W., & Roth, E. (1997). *Zahlen-Verbindungs-Test (ZVT).* Göttingen: Hogrefe.

Padberg, F., & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung* (4. Ausg.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Peter-Koop, A., & Grüßing, M. (2007). *Mit Kindern Mathematik erleben.* Velber: Kallmeyer .

Peter-Koop, A., & Grüßing, M. (2011). *EMBI: Kindergarten: Manual, Leitfaden, Protokoll.* Offenburg: Mildenberger.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1971). *Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde.* Stuttgart: Klett.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1969). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde* (2. Ausg.). Stuttgart: Klett .

Preiß, G. (2004). *Leitfaden Zahlenland.* Zahlenland Prof. Preiß GmbH & Co. KG.

Preiß, G. (2011). *www.zahlenland.de* [abgerufen am 25. Januar 2011].

Quaiser-Pohl, C., Köhler, A., & Rohe, A. M. (2010). Förderung mathematischer Fähigkeiten im Vorschulalter. In C. Quaiser-Pohl, & M. Endepohls-Ulpe (Hrsg.), *Bildungsprozesse im MINT-Bereich: Interesse, Partizipation und Leistungen von Mädchen und Jungen* (S. 75-94). Münster: Waxmann.

Raats, U., & Möhling, R. (1971). *Frankfurter Test für Fünfjährige - Konzentration (FTF-K).* Weinheim: Beltz.

Radatz, H. (2007). Die Geometrie nicht vernachlässigen! (1988). In J. H. Lorenz, & W. Schippe (Hrsg.), *Hendrik Radatz - Impulse für den Mathematikunterricht* (S. 133-137). Braunschweig: Schroedel.

Resnick, L. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*(44), S. 162-169.

Rieder, O. (1991). *Allgemeiner Schulleistungstest für 2. Klassen (AST 2)* (2. Ausg.). Weinheim: Beltz .

Rohe, A. M., & Quaiser-Pohl, C. (2010). Prädiktoren für mathematische Kompetenzen zu Beginn der Grundschule - Gibt es Unterschiede zwischen Mädchen und Jungen? In C. Quaiser-Pohl, & M. Endepohls-Ulpe (Hrsg.), *Bildungsprozesse im MINT-Bereich: Interesse, Partizipation und Leistungen von Mädchen und Jungen* (S. 13-28). Münster: Waxmann.

Särndal, C.-E., Swensson, B., & Wretman, J. (2003). *Model assisted survey sampling* (2. Ausg.). New York: Springer.

Sauter, F. (1979). *Prüfung optischer Differenzierungsleistungen (POC).* Braunschweig : Westermann.

Schaub, H. & Zenke, K.G. (2007). *Wörterbuch Pädagogik.* München: Deutscher Taschenbuch Verlag.

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterreicht an Grundschulen.* Braunschweig: Schroedel.

Seitz-Stein, K., Schumann-Hengsteler, R., Zoelch, C., Grube, D., Mähler, C., & Hasselhorn, M. (2012). Diagnostik der Funktionstüchtigkeit des Arbeitsgedächtnisses bei Kindern zwischen 5 und 12 Jahren: Die Arbeitsgedächtnistestbatterie AGTB 5-12. In M. Hasselhorn, & C. Zoelch (Hrsg.), *Funktionsdiagnostik des Arbeitsgedächtnisses. Tests und Trends N.F. Band 10* (S. 1-22). Göttingen: Hogrefe.

Siegler, R., DeLoache, J., & Eisenberg, N. (2008). *Entwicklungspsychologie im Kindes- und Jugendalter.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Sinner, D. (2011). *Prävention von Rechenschwäche durch ein Training mathematischer Basiskompetenzen in der ersten Klasse.* Justus-Liebig-Universität Gießen: Inaugural-Dissertation.

Sinner, D., Ennemoser, M., & Krajewski, K. (2011). Entwicklungspsychologische Frühdiagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Kindergarten- und frühen Grundschulalter (MBK-0 und MBK-1). Band 9. Tests und Trends N.F. In M. Hasselhorn, & W. Schneider (Hrsg.), *Frühprognose schulischer Kompetenzen* (S. 109-126). Göttingen: Hogrefe.

Sodian, B. (2008). Entwicklung des Denkens. In R. Oerter, & L. Montada (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (6. Ausg., S. 436-479). Weinheim: Beltz .

Steingrüber, H.-J. (2000). *Hand-Dominanz-Test (HDT)* (3. Ausg.). Göttingen: Hogrefe.

Steinweg, A. (2008). Zwischen Kindergarten und Schule - Mathematische Basiskompetenzen im Übergang. In F. Hellmich, & H. Köster (Hrsg.), *Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften* (S. 143-160). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Stern, E. (2004). Entwicklung und Lernen im Kindesalter. In D. Diskowski, & E. Hammes - Di Bernando (Hrsg.), *Lernkulturen und Bildungsstandards: Kindergarten und Schule zwischen Vielfalt und Verbindlichkeit.* Baltmannsweiler-Hohengehren: Schneider .

Tewes, U., Rossmann, P., & Schallenberger, U. (2001). *Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder III (HAWIK-III)* (3. Ausg.). Bern: Huber.

Thurstone, L. L. (1938). *Primary Mental Abilities.* Chicago: University of Chicago Press.

Tietze, W., & Viernickel, S. (2007). *Pädagogische Qualität in Tageseinrichtungen für Kinder: Ein nationaler Kriterienkatalog.* Berlin: Cornelsen.

van Luit, H., van de Rijt, B., & Hasemann, K. (2001). *Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ).* Göttingen: Hogrefe.

van Oers, B. (2004). Mathematisches Denken bei Vorschulkindern. In W. Fthenakis, & P. Oberhuemer (Hrsg.), *Frühpädagogik international* (S. 314-329). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Volk, O. (1997). *Mathematik und Erkenntnis. Litauische Aufsätze.* Würzburg: Königshausen und Neumann.

von Aster, M. (2001). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI).* Frankfurt a. M.: Swets und Zeitlinger Test Service.

von Aster, M., Bzufka, M.W., & Horn, R. (2009). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern - Kindergartenversion (für Kinder von 4 bis 5 Jahren): ZAREKI-K.* Frankfurt a. M.: Pearson.

Wagner, H.-J., & Born, C. (1994). *Diagnostikum: Basisfähigkeiten im Zahlenraum 0 bis 20 (DBZ 1).* Weinheim: Beltz .

Weiber, R., & Mühlhaus, D. (2009). *Strukturgleichungsmodellierung: Eine anwendungsorientierte Einführung in die Kausalanalyse mit Hilfe von AMOS, Smart PLS und SPSS.* Berlin: Springer.

Wirsching, G. (2003). Zahlentheorie. In G. W. (Hrsg.), *Faszination Mathematik* (S. 160-167). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Wolter, H. (2003). Logik. In G. Walz (Hrsg.), *Faszination Mathematik* (S. 136-141). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Woolfolk, A. (2008). *Pädagogische Psychologie* (10. Ausg.). München: Pearson.

Wright, S. (1934). The method of path coefficients. *The Annals of Mathematical Statistics, III*(5), S. 161-215.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Anhang

A Mathematischer Exkurs zur Pfadanalyse

Bei der Pfadanalyse werden in einem Strukturmodell die theoretisch begründeten kausalen Beziehungen zwischen exogenen und endogenen Variablen bzw. zwischen endogenen Variablen untereinander dargestellt.

Exogene Variablen werden üblicherweise mit X_i bezeichnet, wohingegen endogene Variablen mit Y_i bezeichnet werden. Kausale Zusammenhänge werden mit einem Pfeil von der verursachenden Variable X_i, bzw. Y_i zu der beeinflußten Variablen Y_j dargestellt. Korrelationen zwischen exogenen Variablen werden mit einem Doppelpfeil dargestellt.

Bei der Pfadanalyse wird häufig eine Standardisierung der Ausgangsdaten vorgenommen, so dass alle Variablen eine Varianz von 1 und einen Mittelwert von 0 haben. Jeder endogenen Variablen Y_i wird eine Residualvariable e_i zugewiesen, in der alle Drittvariableneffekte, d.h. Effekte von Variablen die nicht im Modell aufgenommen wurden, da sie z.B. nicht bekannt sind, subsummiert werden. Die Pfadanalyse geht also immer von einem formal geschlossenen Kausalmodell aus, welches „vollständig determiniert" ist (Weiber & Mühlhaus, 2009, S. 23).

Jedem Pfeil von einer verursachenden Variablen zu einer beeinflussten Variablen wird ein sogenannter Pfadkoeffizient zugeordnet. Die Schätzung dieser Pfadkoeffizienten wird durch getrennte Regressionsanalysen ermittelt. Die standardisierten partiellen Regressionskoeffizienten β[103] stellen dann die Schätzung der Pfadkoeffizienten für das Pfaddiagram bereit. Insbesondere liefern die Pfadkoeffizienten der Residualvariablen dabei den Anteil der Varianz der durch das Modell nicht erklärt werden.

Es lässt sich nun folgendes Grundtheorem der Pfadanalyse aufstellen: Gegeben sei eine endogene Variable Y_j und eine kausal vorgelagerte Variable Z_i (endogen oder exogen). Sei r_{ij} der zugehörige empirisch Korrelationskoeffizient, dann gilt

$$r_{ij} = \sum r_{iq} p_{qj} ,$$

wobei die Summe über alle direkt vorgelagerten Variablen Z_q läuft und p_{qj} der Pfadkoeffizient des Pfeils von Z_q nach Y_j ist und r_{iq} die empirische Korrelation zwischen Z_q und Z_i ist.

Man kann diese Prozedur nun rekursiv wiederholen, indem man auf die empirischen Korrelationen r_{iq} wiederum das Fundamentaltheorem anwendet. Man erhält dabei eine Zerlegung von r_{ij} als Summen über verschieden Pfade, wobei für jeden Pfad der Summand das Produkt über die Pfadkoeffizienten bzw. Korrelationskoeffizienten der beschritten Pfeile bzw. Doppelpfeile ist.

[103] Der Pfadkoeffizient von der verursachenden Variablen Y_i zur beeinflussten Variablen Y_j wird als β_{ij} bezeichnet.

Dabei sind folgende Regeln zu beachten (Wright, 1934):

1. "No path may pass through the same variable more than once."

2. “No path may go backward on (against the direction of) an arrow after the path has gone forward on a different arrow."

3. "No path may pass through a double-headed arrow (representing an unanalyzed correlation between exogenous variables) more than once in any single path."

Der Pfadkoeffizient des direkten Pfeils von Z_i zu Y_j (falls er existiert) wird dabei als direkter kausaler Effekt bezeichnet. Die Summe der Produkte der Pfadkoeffizienten über die Pfade, die keine Doppelpfeile beinhalten wird als indirekter kausaler Effekt bezeichnet. Die Summe der Produkte der Pfadkoeffizienten bzw. Korrelationskoeffizienten der restlichen Pfade werden als korrelative Effekte bezeichnet.

Zusammenfassend ergibt dies:

Die Korrelation Z_i mit Y_j lässt sich als Summe direkter kausaler Effekte, indirekter kausaler Effekte (Wright, 1934) und korrelativer kausaler Effekte ausdrücken.[104]

[104] Korrelation Z_i mit Y_j = direkter kausaler Effekt + indirekter kausaler Effekt + korrelativer kausaler Effekt

B Elternfragebogen

Schon Kindergartenkinder haben sehr unterschiedliche Vorlieben in Bezug auf ihre Freizeitbeschäftigung. Bitte geben Sie an, wie lange Ihr Kind pro Tag durchschnittlich folgenden Freizeitbeschäftigungen nachgeht:

- Rollenspiele (mit Puppen, Bären…)	0-30Min.	30-60Min.	1-2Std.	>2Std.
- Konstruktionsspiele (Lego, Duplo…)	0-30Min.	30-60Min.	1-2Std.	>2Std.
- Fernsehen (Videos…)	0-30Min.	30-60Min.	1-2Std.	>2Std.
- Bastelarbeiten (malen, kneten…)	0-30Min.	30-60Min.	1-2Std.	>2Std.
- Bewegungsspiele (klettern, Fußball…)	0-30Min.	30-60Min.	1-2Std.	>2Std.
- Gesellschaftsspiele (Brettspiele…)	0-30Min.	30-60Min.	1-2Std.	>2Std.
- Computerspiele (auch Gameboy…)	0-30Min.	30-60Min.	1-2Std.	>2Std.
- Musik machen/hören (singen, CD…)	0-30Min.	30-60Min.	1-2Std.	>2Std.

Auch das Spielverhalten ist sehr unterschiedlich. Im Folgenden soll das Spiel genauer beschrieben werden (hier sind mehrere Nennungen möglich).
Wenn Ihr Kind mit Duplo, Lego... spielt,

- baut es dann nach Vorlage	ja	nein
- baut es kreativ	ja	nein
- spielt es Alltagssituationen nach	ja	nein

Wenn Ihr Kind mit Stift und Blatt „ausgerüstet“ ist,

- malt es häufig Alltagssituationen (Haus, Kind…)	ja	nein
- zeichnet es häufig technische „Dinge“ (Flugzeug…)	ja	nein
- schreibt es dann auch manchmal Buchstaben (z.B. seinen Namen)	ja	nein
- schreibt es dann auch manchmal Zahlen	ja	nein
- zeichnet es geometrische Figuren (Dreiecke…)	ja	nein

Wenn Ihr Kind Gesellschaftsspiele spielt,

- erkennt es dann die Würfelbilder (z.B. 3Punkte ohne zu zählen)	ja	nein
- kann es die Figur so viele Schritte laufen lassen, wie der Würfel anzeigt	ja	nein

Noch einige „mathematische“ Fragen:

- Entdeckt Ihr Kind im Alltag geschriebene Zahlen?	ja	nein
- Kann es einige Zahlen schon lesen?	ja	nein
- Zählt Ihr Kind im Alltag (Personen, Teller…)?	ja	nein
- Entdeckt Ihr Kind im Alltag Dreiecke?	ja	nein
- Entdeckt Ihr Kind im Alltag Kreise?	ja	nein

C Testbeispiele

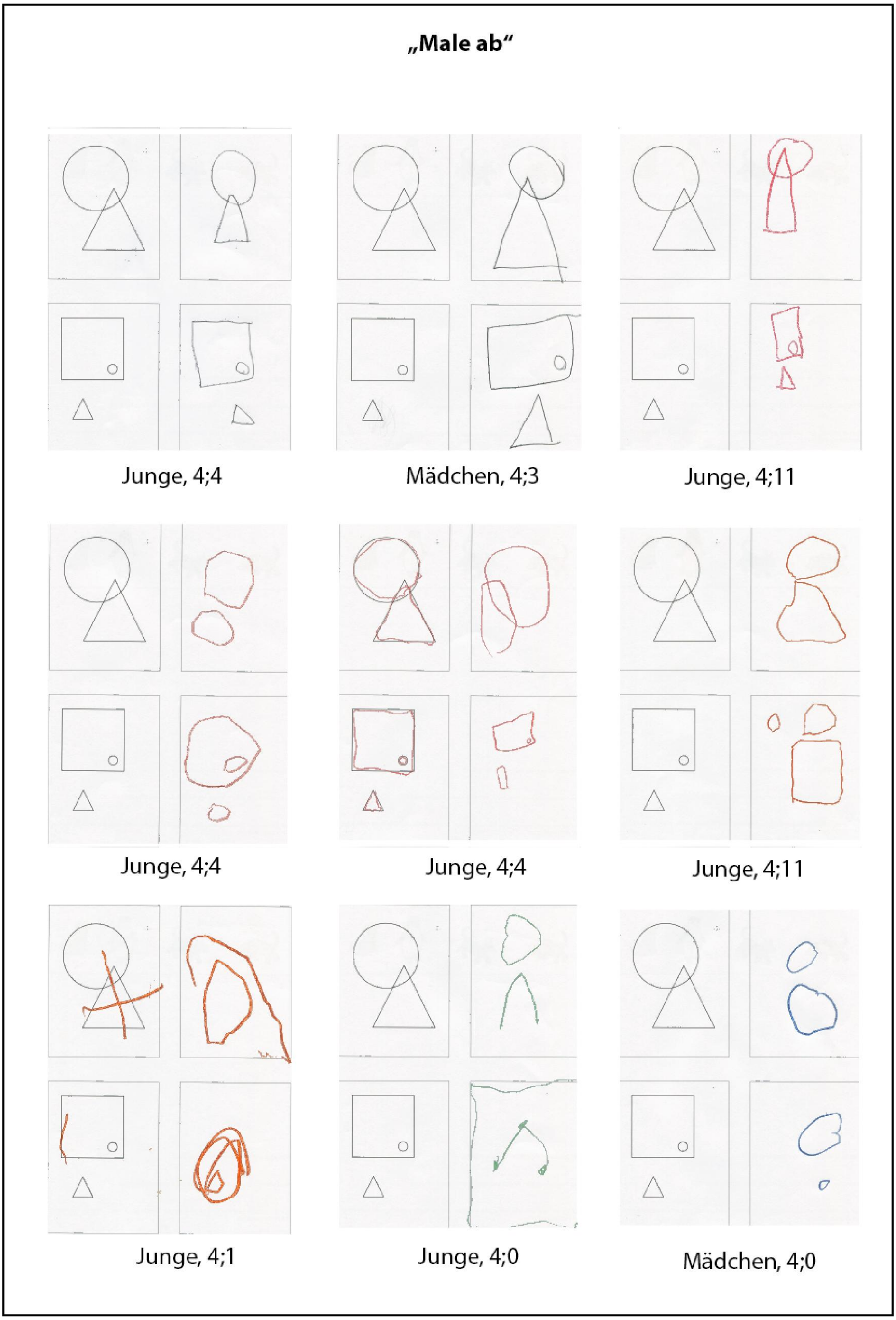


Abbildung 27: Zeichnungen von Kindern, „Elementar 1“, Untertest T6

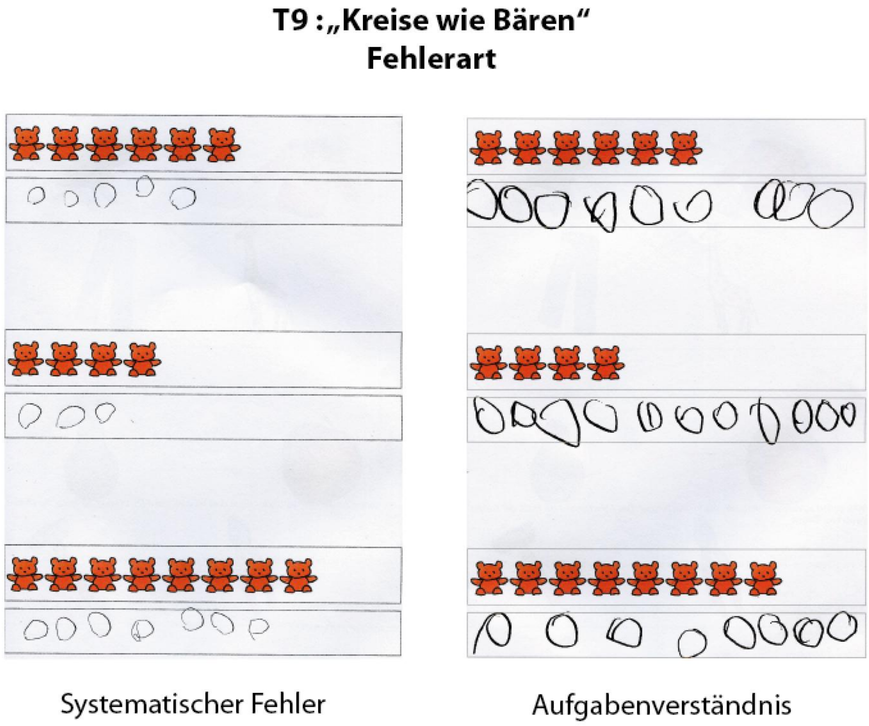


Abbildung 28: Fehlerarten, „Elementar 1“, Untertest T9

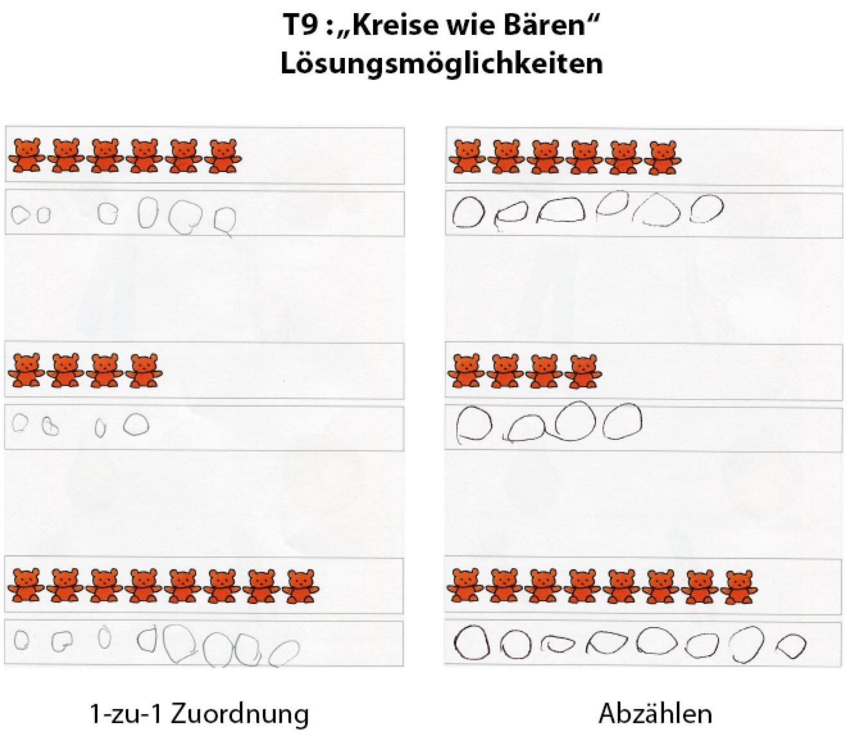


Abbildung 29: Lösungen von Kindern, „Elementar 1“, Untertest T9

Abbildung 30: Selbstporträts I, „Elementar 1“, Untertest ET8

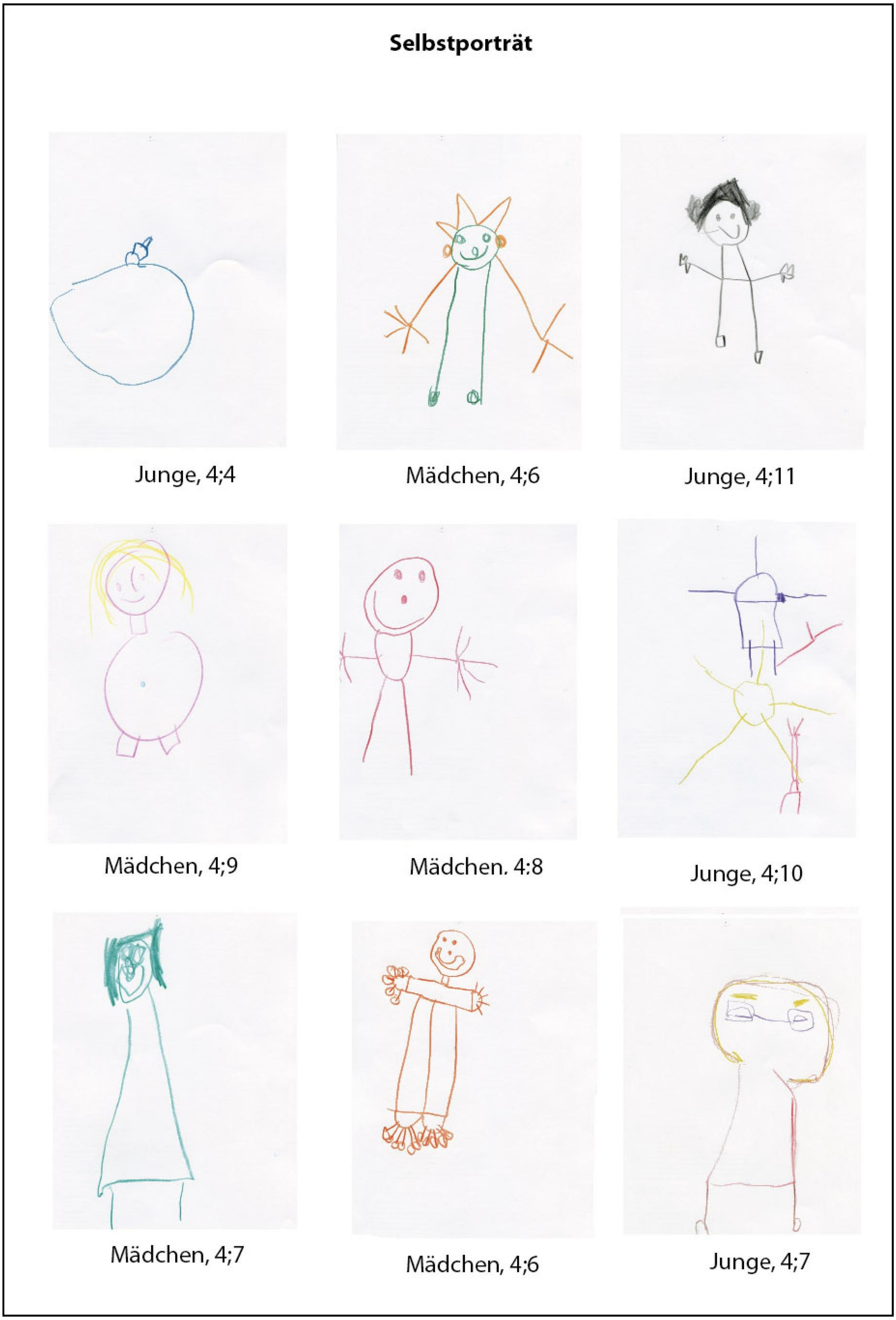


Abbildung 31: Selbstporträts II, „Elementar 1“, Untertest ET8

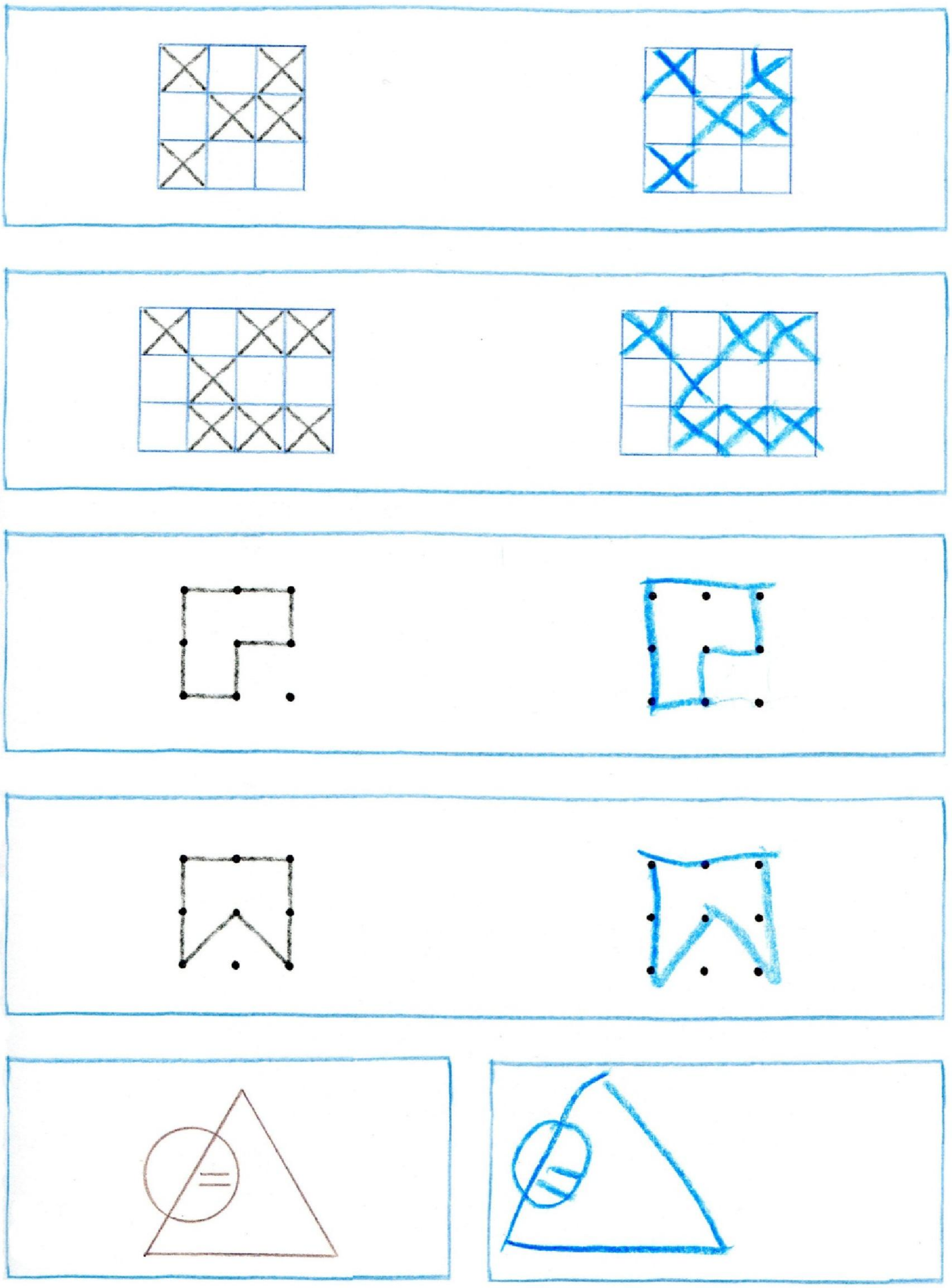


Abbildung 32: Lösung (Junge 5;5), „Elementar 2“, Untertest T6

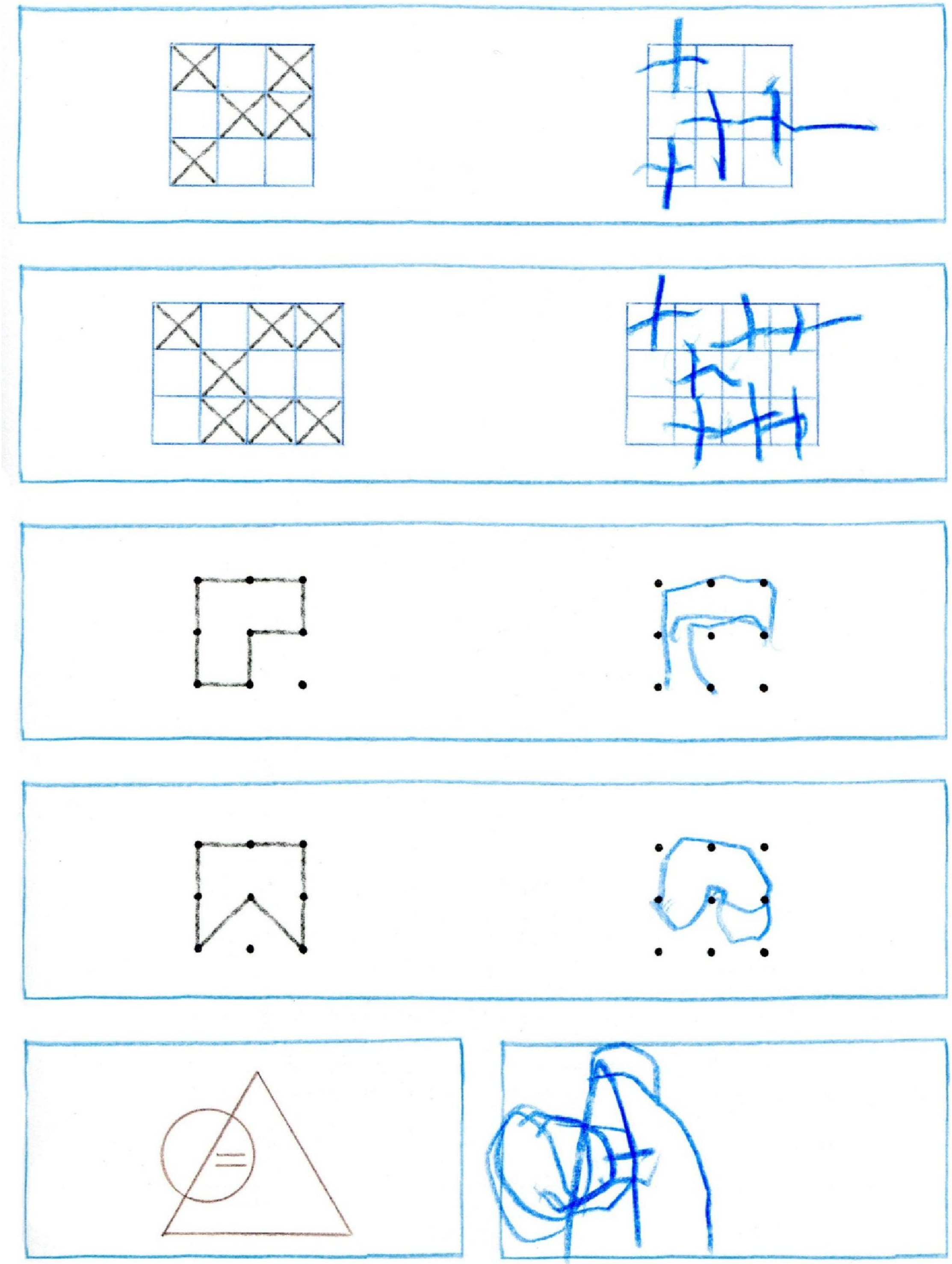


Abbildung 33: Lösung (Junge 5;8), „Elementar 2“, Untertest T6

Abbildung 34: Lösungen von Kindern (Mädchen 5;4 und Mädchen 5;8),
„Elementar 2“, Untertest T7
(diktierte Zahlen: 1,5,8,3,6,2,9,4,7,0)

D Statistische Tabellen

Untertest	m	s	Max. Punktwert	% max. Punktwert	Förderbedarf	% Förderbedarf	Alters-effekt	Geschlechts-effekt
T1	2,67	0,60	3	69,8	< 2 Punkte	5,7	r = 0,212, p < .05	n.s.
T2	2,70	0,79	3	83,0	< 2 Punkte	10,4	n.s.	n.s.
T3	2,47	0,75	3	50,9	< 2 Punkte	15,1	r = 0,251, p < .01	n.s.
T4	2,15	0,92	3	45,3	< 2 Punkte	24,5	r = 0,175, p < .05	n.s.
T5	2,65	0,71	3	67,0	< 2 Punkte	8,5	n.s.	n.s.
T6	1,60	0,90	3	13,2	< 2 Punkte	55,7	r = 0,330, p < .01	n.s.
T7	2,09	1,00	3	46,2	< 2 Punkte	28,3	n.s.	n.s.
T8	0,96	0,80	3	2,8	< 2 Punkte	75,5	n.s.	n.s.
T9	1,78	1,11	3	34,9	< 2 Punkte	38,7	r = 0,320, p < .01	n.s.
T10	2,69	0,73	3	81,1	< 2 Punkte	8,5	r = 0,328, p < .01	n.s.
T11	1,78	1,08	3	29,2	< 2 Punkte	40,6	r = 0,375, p < .01	n.s.
T12 Jungen Mädchen	2,45 2,66 2,26	0,86 0,60 1,01	3	63,2	< 2 Punkte	20,8	r = 0,304, p < .01	r = 0,231, p < .05
ET1	2,38	2,38	6	20,8	< 4 Punkte	60,4	r = 0,232 p < .01	n.s.
ET2	1,58	2,20	6	15,1	< 4 Punkte	78,3	r = 0,291, p < .01	n.s.
ET3	3,06	2,33	6	29,2	< 4 Punkte	50,9	r = 0,269, p < .01	n.s.
ET4	4,81	2,10	6	71,7	< 4 Punkte	19,8	r = 0,209, p < .05	n.s.
ET5	0,24	0,78	3	6,6	< 2 Punkte	93,4	n.s.	n.s.
ET6	0,20	0,72	3	5,7	< 2 Punkte	94,3	n.s.	n.s.
ET7	2,11	0,87	3	33,0	< 2 Punkte	33,0	r = 0,228, p < .01	n.s.
ET8 Jungen Mädchen	3,21 2,82 3,57	1,43 1,29 1,36	5	17,0	< 3 Punkte	34,0	r = 0,424, p < .01	r = 0,262, p < .01

Tabelle 43 (Abschnitt 4.1.1): statistische Kennwerte der Einzeltests des „Elementar 1“

Untertest	m	s	Max. Punktwert	% max. Punktwert	Förderbedarf	% Förderbedarf	Alters-effekt	Geschlechts-effekt
T1	3,36	1,59	5	32,6	≤ 2 Punkte	31,4	n.s.	n.s.
T2	3,26	1,30	5	18,6	≤ 3 Punkte	53,5	n.s.	n.s.
T3	4,13	0,94	5	45,3	≤ 2 Punkte	5,8	n.s.	n.s.
T4	3,53	1,23	5	4,7	≤ 2 Punkte	15,1	n.s.	n.s.
T5	3,06	1,22	5	11,6	≤ 2 Punkte	31,4	n.s.	n.s.
T6	3,52	1,44	5	24,4	≤ 2 Punkte	16,3	$r = 0{,}306$, $p < .01$	n.s.
T7	1,95	1,43	5	1,2	≤ 1 Punkt	36,0	$r = 0{,}257$, $p < .01$	n.s.
T8	1,37	0,94	2,5	18,6	≤ 1,5 Punkte	53,5	$r = 0{,}204$, $p < .05$	n.s.
T9	4,26	1,10	5	47,7	≤ 3,5 Punkte	20,9	n.s.	n.s.
T10	2,90	1,95	5	31,4	≤ 2 Punkte	41,9	n.s.	n.s.
ET1 Jungen Mädchen	3,97 4,37 3,51	1,98 1,94 1,88	6,5	24,4	≤ 3,5 Punkte	43,0	$r = 0{,}290$, $p < .01$	$r = 0{,}217$, $p < .05$
ET2	4,10	1,63	6	11,6	≤ 4 Punkte	39,5	$r = 0{,}204$, $p < .05$	n.s.

Tabelle 44 (Abschnitt 4.1.2): statistische Kennwerte der Einzeltests des „Elementar 2“

Rotierte Komponentenmatrix

	Komponente	
	1	2
T1	-,003	,719
T2	,653	,037
T3	,624	,222
T4	,348	,364
T5	,530	,090
T6	,416	,580
T7	,429	-,008
T8	,346	,255
T9	,047	,682
T10	,620	-,013
T11	,461	,305
T12	,159	,522
ET1	,640	,211
ET2	,545	,447
ET3	,405	,514
ET4	-,001	,680
ET5	,403	,117
ET6	,424	,251
ET7	,213	,626
ET8	,444	,424

Tabelle 45 (Abschnitt 4.1.1): rotierte Komponentenmatrix der Untertests des „Elementar 1“

Rotierte Komponentenmatrix

	Komponente	
	1	2
T1	,307	,734
T3	-,005	,808
T4	,330	,652
T5	,567	,148
T6	,562	,250
T7	,785	,040
T8	,860	,114
T9	,761	,245
T10	,607	,433
ET1	,679	,316
ET2	,720	,236

Tabelle 46 (Abschnitt 4.1.2): rotierte Komponentenmatrix der Untertests des „Elementar 2“

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	ET1	ET2	ET3	ET4	ET5	ET6	ET7	ET8	Ges.
T1	1,000	,175	,166	,225*	,138	,437**	-,068	,212*	,430**	,117	,248*	,333**	,102	,184	,289**	,380**	,065	,185	,293**	,230*	,434**
		,072	,089	,020	,159	,000	,489	,029	,000	,234	,010	,000	,299	,059	,003	,000	,507	,058	,002	,018	,000
T2	,175	1,000	,342**	,268**	,386**	,329**	,168	,253**	,130	,390**	,197*	,074	,327**	,253**	,249*	,035	,145	,128	,164	,297**	,447**
	,072		,000	,006	,000	,001	,084	,009	,184	,000	,043	,451	,001	,009	,010	,724	,138	,189	,092	,002	,000
T3	,166	,342**	1,000	,256**	,301**	,293**	,224*	,263**	,297**	,372**	,296**	,287**	,349**	,375**	,374**	,119	,254**	,212*	,223*	,319**	,567**
	,089	,000		,008	,002	,002	,021	,006	,002	,000	,002	,003	,000	,000	,000	,226	,008	,029	,021	,001	,000
T4	,225*	,268**	,256**	1,000	,175	,279**	,177	,206*	,236*	,232*	,270**	,074	,223*	,251**	,256**	,393**	,188	,192*	,236*	,252**	,494**
	,020	,006	,008		,073	,004	,069	,034	,015	,017	,005	,454	,022	,010	,008	,000	,054	,049	,015	,009	,000
T5	,138	,386**	,301**	,175	1,000	,194*	,070	,278**	,050	,292**	,229*	,090	,264**	,176	,375**	,180	,103	,136	,213*	,167	,386**
	,159	,000	,002	,073		,047	,473	,004	,610	,002	,018	,360	,006	,072	,000	,066	,293	,164	,028	,087	,000
T6	,437**	,329**	,293**	,279**	,194*	1,000	,166	,228*	,280**	,156	,360**	,304**	,309**	,470**	,493**	,191	,159	,324**	,393**	,644**	,663**
	,000	,001	,002	,004	,047		,089	,019	,004	,109	,000	,002	,001	,000	,000	,050	,103	,001	,000	,000	,000
T7	-,068	,168	,224*	,177	,070	,166	1,000	,162	,103	,198*	,069	,158	,156	,163	,083	,121	,232*	,239*	,061	,194*	,344**
	,489	,084	,021	,069	,473	,089		,098	,295	,042	,485	,105	,109	,096	,397	,218	,017	,013	,535	,047	,000
T8	,212*	,253**	,263**	,206*	,278**	,228*	,162	1,000	,236*	,170	,176	,130	,209*	,304**	,254**	,211*	,055	,083	,123	,103	,389**
	,029	,009	,006	,034	,004	,019	,098		,015	,081	,070	,184	,031	,002	,009	,030	,574	,400	,207	,295	,000
T9	,430**	,130	,297**	,236*	,050	,280**	,103	,236*	1,000	,146	,204*	,248*	,170	,294**	,264**	,468**	,080	,106	,308**	,254**	,503**
	,000	,184	,002	,015	,610	,004	,295	,015		,134	,036	,010	,081	,002	,006	,000	,416	,279	,001	,009	,000
T10	,117	,390**	,372**	,232*	,292**	,156	,198*	,170	,146	1,000	,326**	,286**	,242*	,189	,151	,027	,155	,137	,034	,255**	,381**
	,234	,000	,000	,017	,002	,109	,042	,081	,134		,001	,003	,013	,052	,122	,780	,114	,162	,727	,008	,000
T11	,248*	,197*	,296**	,270**	,229*	,360**	,069	,176	,204*	,326**	1,000	,107	,342**	,276**	,326**	,109	,127	,215*	,333**	,376**	,536**
	,010	,043	,002	,005	,018	,000	,485	,070	,036	,001		,273	,000	,004	,001	,265	,195	,027	,000	,000	,000
T12	,333**	,074	,287**	,074	,090	,304**	,158	,130	,248*	,286**	,107	1,000	,084	,305**	,254**	,270**	,182	,161	,367**	,336**	,394**
	,000	,451	,003	,454	,360	,002	,105	,184	,010	,003	,273		,389	,001	,009	,005	,061	,098	,000	,000	,000
ET1	,102	,327**	,349**	,223*	,264**	,309**	,156	,209*	,170	,242*	,342**	,084	1,000	,672**	,378**	,183	,206*	,327**	,282**	,322**	,661**
	,299	,001	,000	,022	,006	,001	,109	,031	,081	,013	,000	,389		,000	,000	,060	,034	,001	,003	,001	,000
ET2	,184	,253**	,375**	,251**	,176	,470**	,163	,304**	,294**	,189	,276**	,305**	,672**	1,000	,410**	,327**	,294**	,388**	,340**	,413**	,754**
	,059	,009	,000	,010	,072	,000	,096	,002	,002	,052	,004	,001	,000		,000	,001	,002	,000	,000	,000	,000
ET3	,289**	,249*	,374**	,256**	,375**	,493**	,083	,254**	,264**	,151	,326**	,254**	,378**	,410**	1,000	,241*	,103	,151	,481**	,349**	,675**
	,003	,010	,000	,008	,000	,000	,397	,009	,006	,122	,001	,009	,000	,000		,013	,295	,121	,000	,000	,000
ET4	,380**	,035	,119	,393**	,180	,191	,121	,211*	,468**	,027	,109	,270**	,183	,327**	,241*	1,000	,199*	,177	,298**	,137	,518**
	,000	,724	,226	,000	,066	,050	,218	,030	,000	,780	,265	,005	,060	,001	,013		,041	,070	,002	,162	,000
ET5	,065	,145	,254**	,188	,103	,159	,232*	,055	,080	,155	,127	,182	,206*	,294**	,103	,199*	1,000	,514**	,177	,032	,332**
	,507	,138	,008	,054	,293	,103	,017	,574	,416	,114	,195	,061	,034	,002	,295	,041		,000	,070	,748	,001
ET6	,185	,128	,212*	,192*	,136	,324**	,239*	,083	,106	,137	,215*	,161	,327**	,388**	,151	,177	,514**	1,000	,340**	,160	,413**
	,058	,189	,029	,049	,164	,001	,013	,400	,279	,162	,027	,098	,001	,000	,121	,070	,000		,000	,100	,000
ET7	,293**	,164	,223*	,236*	,213*	,393**	,061	,123	,308**	,034	,333**	,367**	,282**	,340**	,481**	,298**	,177	,340**	1,000	,285**	,554**
	,002	,092	,021	,015	,028	,000	,535	,207	,001	,727	,000	,000	,003	,000	,000	,002	,070	,000		,003	,000
ET8	,230*	,297**	,319**	,252**	,167	,644**	,194*	,103	,254**	,255**	,376**	,336**	,322**	,413**	,349**	,137	,032	,160	,285**	1,000	,599**
	,018	,002	,001	,009	,087	,000	,047	,295	,009	,008	,000	,000	,001	,000	,000	,162	,748	,100	,003		,000
Ges.	,434**	,447**	,567**	,494**	,386**	,663**	,344**	,389**	,503**	,381**	,536**	,394**	,661**	,754**	,675**	,518**	,332**	,413**	,554**	,599**	1,000

Tabelle 47 (Abschnitt 4.1.1): Rangkorrelationsmatrix (Spearman) der Untertests des „Elementar 1“

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	ET1	ET2	Ges.
T1	1,000	,111	,438**	,417**	,297**	,301**	,289**	,365**	,417**	,488**	,401**	,350**	,633**
		,310	,000	,000	,005	,005	,007	,001	,000	,000	,000	,001	,000
T2	,111	1,000	-,106	,024	,066	,014	-,107	-,094	-,021	-,050	-,098	,020	,047
	,310		,331	,829	,545	,900	,325	,388	,845	,645	,370	,856	,668
T3	,438**	-,106	1,000	,352**	,155	,226*	,189	,192	,186	,220*	,172	,174	,360**
	,000	,331		,001	,155	,036	,082	,076	,087	,042	,114	,109	,001
T4	,417**	,024	,352**	1,000	,233*	,300**	,269*	,369**	,407**	,456**	,385**	,397**	,586**
	,000	,829	,001		,031	,005	,012	,000	,000	,000	,000	,000	,000
T5	,297**	,066	,155	,233*	1,000	,354**	,330**	,449**	,413**	,336**	,357**	,331**	,580**
	,005	,545	,155	,031		,001	,002	,000	,000	,002	,001	,002	,000
T6	,301**	,014	,226*	,300**	,354**	1,000	,392**	,410**	,376**	,331**	,421**	,471**	,590**
	,005	,900	,036	,005	,001		,000	,000	,000	,002	,000	,000	,000
T7	,289**	-,107	,189	,269*	,330**	,392**	1,000	,801**	,537**	,432**	,372**	,447**	,649**
	,007	,325	,082	,012	,002	,000		,000	,000	,000	,000	,000	,000
T8	,365**	-,094	,192	,369**	,449**	,410**	,801**	1,000	,650**	,504**	,477**	,556**	,737**
	,001	,388	,076	,000	,000	,000	,000		,000	,000	,000	,000	,000
T9	,417**	-,021	,186	,407**	,413**	,376**	,537**	,650**	1,000	,555**	,548**	,524**	,712**
	,000	,845	,087	,000	,000	,000	,000	,000		,000	,000	,000	,000
T10	,488**	-,050	,220*	,456**	,336**	,331**	,432**	,504**	,555**	1,000	,596**	,453**	,788**
	,000	,645	,042	,000	,002	,002	,000	,000	,000		,000	,000	,000
ET1	,401**	-,098	,172	,385**	,357**	,421**	,372**	,477**	,548**	,596**	1,000	,646**	,770**
	,000	,370	,114	,000	,001	,000	,000	,000	,000	,000		,000	,000
ET2	,350**	,020	,174	,397**	,331**	,471**	,447**	,556**	,524**	,453**	,646**	1,000	,710**
	,001	,856	,109	,000	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000		,000
Ges.	,633**	,047	,360**	,586**	,580**	,590**	,649**	,737**	,712**	,788**	,770**	,710**	1,000
	,000	,668	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	

Tabelle 48 (Abschnitt 4.1.2): Rangkorrelationsmatrix (Spearman) der Untertests des „Elementar 2“

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt habe. Es wurden nur die in der Arbeit ausdrücklich benannten Quellen und Hilfsmittel benutzt. Wörtlich oder sinngemäß übernommenes Gedankengut habe ich als solches kenntlich gemacht.

Datum, Ort

Unterschrift